ENGINEERING
LIBRARY

AUG 8 1950

ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

COMPAGNIES FRANÇAISES ASSOCIÉES DE T.S.F.

79, Boulevard Haussmann, 79

PARIS

REVUE TRIMESTRIELLE

TOME V. AVRIL 1950. N° 20.

TOME V AVRIL 1950 N° 20

ANNALES
DE
RADIOÉLECTRICITÉ

COMPAGNIES FRANÇAISES ASSOCIÉES DE T. S. F.

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIO-ÉLECTRIQUE
LA RADIOTECHNIQUE
SOCIÉTÉ INDÉPENDANTE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL
COMPAGNIE RADIO-FRANCE
COMPAGNIE RADIO-MARITIME
RADIO-ORIENT
COMPAGNIE RADIO-CINÉMA
ÉTABLISSEMENTS E. ROBERT ET C[ie] (LA STÉATITE INDUSTRIELLE)
SOCIÉTÉ DE TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES ET ÉLECTROTHERMIQUES (STEL)

79, Boulevard Haussmann, PARIS

SOMMAIRE

La reproduction des Mémoires et figures publiés dans les *Annales* est autorisée moyennant l'indication complète d'origine.

Prière d'adresser toute correspondance à la Compagnie Générale de T. S. F., Centre d'Information et de Documentation, 23, rue du Maroc, Paris (19e).

LE PRINCIPE DE CONSERVATION DE L'ÉNERGIE ET LES FORMULES DE KOTTLER

Par J. ORTUSI et J. C. SIMON,

Département Recherches générales du Centre de Recherches de la Compagnie Générale de T. S. F.

Sommaire. — *Appliquant les formules de Kottler au rayonnement de l'embouchure d'un guide, les auteurs montrent que la condition physique de conservation de l'énergie n'est pas respectée en prenant un champ quelconque pouvant exister dans le guide indéfini, bien que ce dernier donne naissance à un champ satisfaisant mathématiquement aux équations de Maxwell. Seul le champ réel satisfait à la fois ces deux conditions.*

L'onde réfléchie dans le guide par l'embouchure s'introduit ainsi naturellement. Les auteurs montrent enfin rigoureusement que pour un guide de section droite rectangulaire, l'onde réfléchie tend vers une valeur nulle lorsque la fréquence augmente indéfiniment.

Summary. — *Applying Kottler's formulae to the radiation of a waveguide mouth, the authors show that the physical principle of energy conservation is not respected when considering any field existing in the infinite guide although the latter produces a field that satisfies mathematically to the Maxwell's equations. Only the existing field satisfies both these conditions.*

Therefore, the wave reflected in the wave-guide by the mouth is introduced naturally. Finally, the authors rigorously show that in a waveguide of rectangular cross-section the reflected wave tends to a zero value when the frequency is increased without limit.

Les formules de Kottler sont fondées sur le principe d'Huyghens et sur les équations de Maxwell.

1° Le champ diffracté par une embouchure ne dépend que de *sources* localisées sur la surface de l'embouchure.

2° Connaissant les *sources* d'un émetteur d'ondes, c'est-à-dire les charges et les courants électriques et éventuellement magnétiques en tout point de l'espace, on peut déterminer le champ rayonné à l'aide de potentiels retardés.

On choisit sur la surface de l'embouchure des densités fictives de charge et de courant électrique et magnétique, de telle façon que leur rayonnement au voisinage de la surface émettrice établisse la continuité des champs à travers elle. Ces densités et, par suite, le champ diffracté ne dépendent que des champs **E** et **H** régnant sur la surface de l'embouchure.

Les formules de Kottler sont les suivantes :

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} 4\pi\mathbf{E}_p &= \frac{1}{i\omega\varepsilon}\int_C \operatorname{grad}\psi(\mathbf{H}.\mathrm{d}\mathbf{s}) \\ &\quad - \int_C \psi\mathbf{E}.\mathrm{d}\mathbf{s} - \iint_S\left(\psi\frac{\mathrm{d}\mathbf{E}}{\mathrm{d}n} - \mathbf{E}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}n}\right)\mathrm{d}S, \\ 4\pi\mathbf{H}_p &= \frac{1}{i\omega\mu}\int_C \operatorname{grad}\psi(\mathbf{E}.\mathrm{d}\mathbf{s}) \\ &\quad - \int_C \psi\mathbf{H}.\mathrm{d}\mathbf{s} + \iint_S\left(\psi\frac{\mathrm{d}\mathbf{H}}{\mathrm{d}n} - \mathbf{H}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}n}\right)\mathrm{d}S, \end{aligned}\right.$$

ψ ayant la signification $\frac{e^{-ikr}}{r}$. De par la manière même dont ils sont calculées, les champs $\mathbf{E}_p$ et $\mathbf{H}_p$ satisfont aux quatre équations de Maxwell. Ils sont enfin continus dans tout l'espace extérieur, y compris la surface de l'ouverture. Ces conditions sont d'ailleurs réalisées quelle que soit la valeur des champs **E** et **H** dans l'embouchure. Toutefois

une difficulté apparaît lorsque l'on veut connaître la valeur de ces champs pour pouvoir appliquer les formules.

La première idée qui vient à l'esprit consiste à prendre pour champs **E** et **H** générateurs les champs incidents, c'est-à-dire les champs qui existeraient si la propagation était indéfinie. On peut alors à partir de leurs valeurs, calculer les champs $\mathbf{E}_p$ et $\mathbf{H}_p$ et, par suite, l'énergie rayonnée à l'infini dans toutes les directions.

Le principe de conservation de l'énergie exige que cette dernière quantité soit égale au flux de vecteur de Poynting $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\,\mathbf{E}.\mathbf{H}$ à travers la surface de l'embouchure.

Le calcul effectué dans la Thèse de J. Ortusi ([1]),

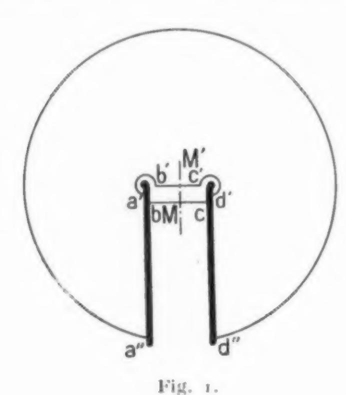


Fig. 1.

le cas d'une ouverture rectangulaire excitée par une onde $\mathbf{H}_{01}$, montre que cette condition n'est pas réalisée lorsque les dimensions de l'ouverture sont finies devant la longueur d'onde. Il en résulte que les formules de Kottler appliquées au champ incident ne satisfont pas au principe de conservation de l'énergie. Il n'y a rien dans cette conclusion qui soit en contradiction avec le mode d'établissement de ces formules.

En effet, considérons l'ouverture dessinée sur la figure 1 et les trois surfaces bc, $a'b'c'd'$, et $a''d''$, bc et $b'c'$ étant infiniment voisine de l'ouverture, les points M et M' étant des deux côtés la normale à celle-ci. Les champs en M et M' sont continus; grâce au choix des densités de charge et de courant le flux du vecteur de Poynting le long de bc est égal au flux le long de $b'c'$. Dans le volume limité par l'extérieur du guide et les surfaces $a''d''$, $a'b'c'd'$, il n'y a ni charges ni courants, donc le flux du vecteur de Poynting sur la surface $a''d''$ est égal à celui sur $a'b'c'd'$.

L'examen de la figure 1 fait comprendre que le flux d'un système de vecteurs quelconque **E**.**H** diffère du flux du champ rayonné, d'une quantité fournie par la valeur du flux le long de $a'b'$ et $c'd'$. La continuité des champs ne s'applique pas au voisinage du contour de l'embouchure. En effet, le champ rayonné sur le contour $a'b'c'd'$, satisfaisant aux conditions limites à l'extérieur de l'embouchure, ne peut pas être continu en général avec le champ donné *a priori* **E**.**H**. Dans ces conditions on peut admettre que le principe de conservation de l'énergie ne s'applique pas pour les flux bc et $a''d''$.

Par contre, lorsque le champ donné **E**.**H** est le champ existant réellement dans l'ouverture, il y a continuité même sur $a'b'$ et $c'd'$ et, par suite, les flux sont égaux.

Dans le cas d'un guide, une approximation du champ réel dans l'embouchure, meilleure que le champ incident seul, est la somme de ce dernier et du champ réfléchi mesuré loin.

On ne peut connaître exactement le champ réel qu'en résolvant les équations de Maxwell pour le contour imposé. On voit ainsi qu'on ne peut espérer échapper au moyen des formules de Kottler à la résolution de ces équations. Ceci constitue la principale objection à l'emploi des formules de Kottler.

Nous allons montrer dans la suite, que lorsque la longueur d'onde tend vers zéro, le flux sur bc est égal au flux sur $a''d''$. L'influence du contour devient négligeable. Il est alors permis de calculer les champs diffractés en se servant des champs de l'onde incidente comme champs générateurs. Le coefficient de réflexion qu'il faut introduire dans le cas général tend donc vers zéro à la limite.

Nous allons faire cette démonstration dans le cas particulier de l'embouchure d'un guide rectangulaire dans lequel règne un champ électromagnétique monochromatique de nature quelconque.

Coefficient de réflexion limite de l'embouchure d'un guide rectangulaire.

Considérons maintenant un guide de section droite rectangulaire, dans lequel existe un champ électromagnétique monochromatique.

Supposons que ce guide est coupé suivant une de ses sections droites et rayonne dans l'espace indéfini. Soient les axes de coordonnées $Oxyz$. O coïncide avec un des sommets du rectangle; Oz est parallèle à l'axe du guide. Soient a et b les côtés respectifs du rectangle et λ la longueur d'onde (*fig.* 2).

([1]) *Annales de Radioélectricité*, octobre 1945, p. 87-133.

On sait qu'un champ électromagnétique de nature quelconque peut être représenté par la somme de deux séries d'ondes électrique et magnétique; l'expression des champs de la suite, à un facteur de proportionnalité près, est donné par les formules :

Type électrique :

$$(2)\quad \begin{cases} E_z = \alpha^2 \sin \dfrac{n_1 \pi}{a} x \sin \dfrac{n_2 \pi}{b} y, \\ E_x = -ik_z \dfrac{n_1 \pi}{a} \cos \dfrac{n_1 \pi}{a} \sin \dfrac{n_2 \pi}{b} y, \\ E_y = -ik_z \dfrac{n_2 \pi}{b} \sin \dfrac{n_1 \pi}{a} x \cos \dfrac{n_2 \pi}{b} y; \\ H_z = 0, \\ H_x = \sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}} \dfrac{k}{k_z} E_y, \\ H_y = \sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}} \dfrac{k}{k_z} E_x. \end{cases}$$

Type magnétique :

$$(3)\quad \begin{cases} E_z = 0, \\ E_x = ik \dfrac{n_2 \pi}{b} \cos \dfrac{n_1 \pi}{a} x \sin \dfrac{n_2 \pi}{b} y, \\ E_y = -ik \dfrac{n_1 \pi}{a} \sin \dfrac{n_1 \pi}{a} x \cos \dfrac{n_2 \pi}{b} y; \\ H_z = \sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}} \alpha^2 \cos \dfrac{n_1 \pi}{a} x \cos \dfrac{n_1 \pi}{a} y, \\ H_x = -\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}} \dfrac{k_z}{k} E_y, \\ H_y = \sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}} \dfrac{k_z}{k} E_x. \end{cases}$$

Considérons uniquement le cas des ondes du type magnétique, le cas des ondes électriques étant absolument analogue. En désignant par u_{n_1, n_2} une composante quelconque de l'onde élémentaire (n_1, n_2), un champ quelconque peut se mettre sous la forme

$$u = \sum_0^\infty \alpha_{n_1 n_2} u_{n_1 n_2}.$$

On sait que les termes $u_{n_1 n_2}$ forment une suite orthogonale.

La puissance circulant à travers la surface *bc* (*fig.* 1) est donc égale à la somme des puissances dues à chaque onde élémentaire

$$w = \sum_0^\infty |\alpha_{n_1 n_2}|^2 w_{n_1 n_2}.$$

Les équations de Maxwell étant linéaires, le champ *u* diffracté par l'embouchure du guide est donné par une somme, identique à la précédente, de champs dus à l'onde élémentaire

$$U = \sum_0^\infty \alpha_{n_1 n_2} U_{n_1 n_2}.$$

Le flux de puissance diffractée est également donné par

$$W = \sum_0^\infty |\alpha_{n_1 n_2}|^2 W_{n_1 n_2}.$$

Pour montrer l'égalité de *w* et *W*, il nous suffit donc de montrer l'égalité de $w_{n_1 n_2}$ et $W_{n_1 n_2}$. Nous allons effectuer successivement le calcul de ces deux quantités, et montrer qu'elles tendent vers la même

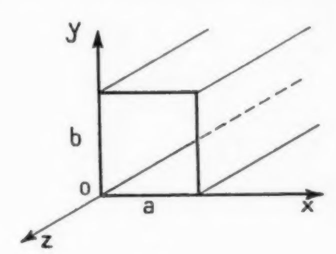


Fig. 2.

expression quand la fréquence augmente indéfiniment.

Calcul de $w_{n_1 n_2}$:

$$w_{n_1 n_2} = \frac{1}{2} \iint_s (E_y H_x - H_y E_x) \, ds,$$

s étant une section droite du guide telle que *bc* :

$$w_{n_1 n_2} = \frac{-1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{k_z}{k} \iint_\sigma (E_y^2 + E_x^2) \, dx \, dy,$$

$$w_{n_1 n_2} = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} k k_z ab \left(\frac{n_1^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n_2^2 \pi^2}{b^2} \right)_0,$$

$$w_{n_1 n_2} = \frac{\pi^2}{8} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} k k_z \left(n_1^2 \frac{b}{a} + n_2^2 \frac{a}{b} \right).$$

Calcul de $W_{n_1 n_2}$. — Pour effectuer ce calcul nous savons que nous pouvons nous placer sur n'importe quelle surface en dehors de l'embouchure. Nous prendrons pour surface (*S*) une sphère de centre O et de rayon *R*, qui est supposé infiniment grand devant *a* et *b*.

Prenons les coordonnées sphériques classiques (*fig.* 3) définies par les angles φ et θ.

On a

$$r = R - x \sin\theta \cos\varphi - y \sin\theta \sin\varphi - z \cos\theta,$$

et $\psi = \frac{e^{-ikr}}{R}$ au premier ordre près, on a pour **grad** ψ qui est un vecteur radial

$$\mathbf{grad}\,\psi = \begin{vmatrix} ik\sin\theta\cos\varphi \\ ik\sin\theta\sin\varphi \\ ik\cos\theta \end{vmatrix}\psi.$$

Le calcul de la puissance donne pour valeur

$$(4) \qquad W = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\iint_S (E_\theta^2 + E_\varphi^2)\,\mathrm{d}S.$$

S étant la surface de la S sphère, on a

$$\mathrm{d}S = R^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi.$$

Nous allons calculer W à partir des formules de

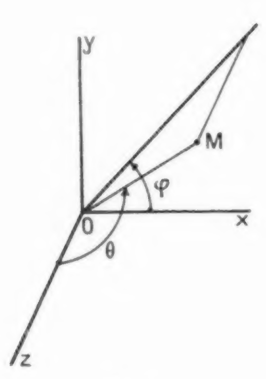


Fig. 3.

Kottler indiquées précédemment; l'examen de ces formules montre que le champ rayonné se met sous la forme de la somme de trois champs.

Dans le cas où l'ouverture est très grande devant la longueur d'onde, on a $k_z = k$, et, par suite, l'intégrale de surface dans les formules (1) est donnée par la relation

$$4\pi\mathbf{E}'_1 = ik(1+\cos\theta)\iint_S \mathbf{E}\psi\,\mathrm{d}\mathbf{s}.$$

$\mathbf{E}'_1$ a deux composantes E'_x et E'_y puisqu'il s'agit d'une onde magnétique. La première intégrale de contour est donnée par

$$4\pi\mathbf{E}'_2 = -\frac{1}{i\omega\varepsilon}\int_C \mathrm{grad}\,\psi\,\mathbf{H}\,\mathrm{d}\mathbf{s}.$$

$\mathbf{E}'_2$ est un vecteur radial et sa valeur absolue est donnée par

$$4\pi E'_2 = \int_C \psi\ E\ \mathrm{d}S. \qquad \text{car} \quad k^2\omega^2\varepsilon\mu.$$

la deuxième intégrale de contour donne un vecteur parallèle à Oz dont la composante a pour valeur

$$E'_z = \frac{1}{4\pi}\int_C \psi\ E\ \mathrm{d}S = E'_3.$$

Nous n'aurons pas besoin de calculer E'_3 ou E'_2; le champ radial étant évidemment nul à l'infini, puisque les formules de Kottler satisfont aux équations de Maxwell. On a donc en projetant sur OM

$$E'_x\sin\theta\cos\varphi + E'_y\sin\theta\sin\varphi + E'_2 + E'_3\cos\theta = 0,$$

d'où

$$E'_2 = E'_3 = -\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}(E'_x\cos\varphi + E'_y\sin\varphi).$$

E'_θ et E'_φ s'écrivent

$$E'_\theta = -E'_x\cos\theta\cos\varphi - E'_y\cos\theta\sin\varphi + E'_3\sin\theta,$$
$$E'_\varphi = -E'_x\sin\varphi + E'_y\cos\varphi,$$

remplaçant E'_3 par sa valeur

$$E'_\theta = -\left(\cos\theta + \frac{\sin^2\theta}{1+\cos\theta}\right)(E'_x\cos\varphi + E'_y\sin\varphi);$$

$$(5) \qquad \begin{cases} E'_\theta = -E'_x\cos\varphi - E'_y\sin\varphi, \\ E'_\varphi = -E'_x\sin\varphi + E'_y\cos\varphi, \end{cases}$$

en particulier

$$E'^2_\theta + E'^2_\varphi = E'^2_x + E'^2_y.$$

Calcul des champs E'_x et E'_y.

On a

$$E'_x = \frac{1}{4\pi}\iint_S ik(1+\cos\theta)E_x\psi\,\mathrm{d}s,$$

d'où en utilisant les formules (2)

$$E'_x = \frac{-1}{4\pi R}k^2(1+\cos\theta)\frac{n_2\pi}{b}$$
$$\times\iint_S \cos\frac{n_1\pi}{a}x\sin\frac{n_2\pi}{b}y\,e^{ik\sin\theta(x\cos\varphi+y\sin\varphi)}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y,$$

posons

$$(6) \qquad \begin{cases} X = \frac{ka}{2}\sin\theta\cos\varphi, \\ Y = \frac{kb}{2}\sin\theta\sin\varphi, \end{cases}$$

et

$$P = e^{i(\omega t - kR)},$$

on est ainsi amené à calculer les intégrales

$$\int_0^a \frac{e^{i\frac{n_1\pi}{a}x} + e^{-i\frac{n_1\pi}{a}x}}{2}\,e^{ikx\sin\theta\cos\varphi}\,\mathrm{d}x.$$

et

$$\int_0^b \frac{e^{i\frac{n_2\pi}{b}y} + e^{-i\frac{n_2\pi}{b}y}}{2i} e^{iky\sin\theta\sin\varphi}\,dy.$$

dont les valeurs fournissent l'expression suivante de E'_x :

$$(7)\quad E'_x = \frac{k^2P}{\pi R}(1+\cos\theta)\frac{\frac{n_2^2\pi^2}{4}}{Y^2-\frac{n_2^2\pi^2}{4}} \times \frac{X\frac{a}{2}}{X^2-\frac{n_1^2\pi^2}{4}}\sin\left(X+n_1\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(Y+\frac{n_2\pi}{2}\right).$$

On calcule E'_y de la même façon

$$(8)\quad E'_y = \frac{k^2P}{\pi R}(1+\cos\theta)\frac{Y\frac{b}{2}}{Y^2-\frac{n_2^2\pi^2}{4}} \times \frac{X\frac{a}{2}}{X^2-n_1^2\pi}\sin\left(X+n_1\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(Y+n_2\frac{\pi}{2}\right).$$

D'après les formules (4) et (5) on a pour l'expression de la puissance

$$(9)\quad W = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{1}{2}\iint_S (E'^2_x + E'^2_y)R^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi.$$

On peut prendre comme nouvelles variables X et Y au lieu de θ et φ. ka et kb tendant vers l'infini, d'après les formules (6), les limites d'intégration pour X et Y sont de $-\infty$ à $+\infty$.

Le calcul du Jacobien des fonctions X et Y de φ et θ donne

$$dX\,dY = \begin{vmatrix} \frac{ka}{2}\cos\theta\cos\varphi & -\frac{ka}{2}\sin\theta\sin\varphi \\ \frac{kb}{2}\cos\theta\sin\varphi & \frac{kb}{2}\sin\theta\cos\varphi \end{vmatrix} d\theta\,d\varphi,$$

c'est-à-dire

$$dX\,dY = \frac{k^2ab}{4}\sin\theta\cos\theta\,d\theta\,d\varphi.$$

En remplaçant maintenant dans (9), E'_x et E'_y par leurs valeurs tirées de (7) et (8) et en tenant compte de la relation précédente, on a

$$(10)\quad W_{n_1n_2} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{k^2\pi^2}{32ab} \times \iint_{-\infty}^{+\infty}\frac{(1+\cos\theta)^2}{\cos\theta}[(aXn_2^2)^2+(bYn_1^2)^2] \times \frac{\sin^2\left(X+n_1\frac{\pi}{2}\right)}{\left(X^2-\frac{n_1^2\pi^2}{4}\right)^2}\,\frac{\sin^2\left(Y+n_2\frac{\pi}{2}\right)}{\left(Y^2-\frac{n_2^2\pi^2}{4}\right)^2}\,dX\,dY,$$

θ est une fonction de X et Y donnée par la relation tirée de (6)

$$\sin^2\theta = \frac{4x^2}{k^2a^2}+\frac{4y^2}{k^2b^2}.$$

On voit que l'intégrale double dans l'équation (10) se met sous la forme

$$\iint \frac{(1+\cos\theta)^2}{\cos\theta}f(X, Y)\,dX\,dY.$$

Or les valeurs de ka et kb étant très grandes, la fonction $\sin^2\theta$ ne prend des valeurs finies que si au moins l'une des variables X et Y devient très grande. La fonction $\frac{(1+\cos\theta)^2}{\cos\theta}$ de x et de y égale à 4 lorsque θ est petit, ne prend des valeurs différentes de 4 que dans ce même cas. Or nous verrons que l'intégrale $\iint f(xy)\,dx\,dy$ est uniformément convergente. Sa valeur calculée à partir d'une valeur grande d'au moins une des variables X ou Y, jusqu'à l'infini, tend vers zéro lorsque cette valeur augmente indéfiniment. Dans ces conditions, la fraction de $W_{n_1n_2}$ correspond à des valeurs finies de θ tend vers zéro et, par suite, il nous est possible dans le calcul de l'intégrale $W_{n_1n_2}$ de remplacer la fonction $\frac{(1+\cos\theta)^2}{\cos\theta}$ par la valeur 4.

Il vient pour $W_{n_1n_2}$:

$$(11)\quad W_{n_1n_2} = \frac{k^2\pi^2}{8ab}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\iint_{-\infty}^{+\infty}[(aXn_2^2)^2+(bYn_1^2)^2] \times \frac{\sin^2\left(X+n_1\frac{\pi}{2}\right)}{\left(X^2-\frac{n_1^2\pi^2}{4}\right)^2}\,\frac{\sin^2\left(Y+n_2\frac{\pi}{2}\right)}{\left(Y^2-\frac{n_2^2\pi^2}{4}\right)^2}\,dX\,dY.$$

La fonction sous le signe $\iint$ se met sous la forme d'une somme de deux fonctions, qui se déduisent l'une de l'autre par permutation de n_1 et n_2.

Calculons

$$I = \iint_{-\infty}^{+\infty} X^2\frac{\sin^2\left(X+n_1\frac{\pi}{2}\right)}{\left(X^2-\frac{n_1^2\pi^2}{4}\right)^2}\,\frac{\sin^2\left(Y+n_2\frac{\pi}{2}\right)}{\left(Y^2-\frac{n_2^2\pi^2}{4}\right)^2}\,dX\,dY.$$

Les variables se séparent, I se met sous la forme du produit de deux intégrales simples

$$I = J.K,$$

avec

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} X^2\frac{\sin^2\left(X+\frac{n_1\pi}{2}\right)}{\left(X^2-\frac{n_1^2\pi^2}{4}\right)^2}\,dX,$$

$$K = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin^2\left(Y+n^2\frac{\pi}{2}\right)}{\left(Y^2-\frac{n_2^2\pi^2}{4}\right)^2}\,dY.$$

Pour calculer ces deux intégrales, partons de la fonction de variable complexe

$$f(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2t}{t^2+\alpha^2}\,dt.$$

On voit que la fonction en α sous le signe $\int$ est holomorphe quel que soit x réel, sauf pour α imaginaire pur.

Elle est néanmoins définie pour les valeurs de $\alpha = in\frac{\pi}{2}$, n étant un entier quel que soit x réel; en effet, dans ce cas, le numérateur et le dénominateur sont du même ordre par rapport à $x - \frac{n\pi}{2}$.

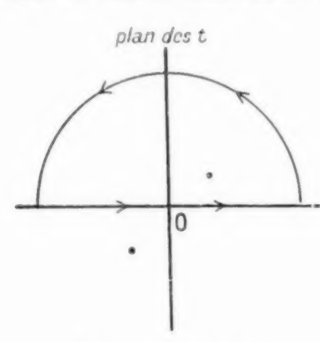


Fig. 4. — Plan des .

On peut écrire

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{2it}}{t^2+\alpha^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2t + i \sin 2t}{t^2+\alpha^2}\,dt = f(\alpha),$$

car l'intégrale de $-\infty$ à $+\infty$ de la fonction impaire $\frac{\sin 2t}{t^2+\alpha^2}$ est nulle.

Appliquons le théorème des résidus en prenant pour contour dans le plan des t l'axe réel et le demi-cercle de rayon infiniment grand, de centre O, situé dans la partie supérieure du plan des t (*fig.* 4).

L'intégrale le long de ce demi-cercle tend vers zéro, lorsque le rayon du cercle devient infiniment grand. Le résidu au pôle situé dans la partie supérieure du plan des t est $\frac{e^{-\alpha}}{2i\alpha}$, en prenant pour α la racine carrée de α^2 située dans la région de droite du plan.

La valeur de l'intégrale est donc

$$f(\alpha) = \pi\frac{e^{-\alpha}}{\alpha}.$$

On voit que cette fonction de α est définie quel que soit $\alpha \neq 0$. En particulier elle est définie pour α imaginaire pur quelconque, bien que l'intégrale n'ait pas de sens en général. Toutefois pour les valeurs $\alpha = \frac{in\pi}{2}$ l'intégrale et la fonction ont une signification, donc d'après les théorèmes généraux la valeur de l'intégrale est bien $f\left(\frac{in\pi}{2}\right)$. A partir de la valeur de cette intégrale nous allons calculer J et K. Soit d'abord

$$L(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2\left(t+\frac{n\pi}{2}\right)}{t^2+\alpha^2}\,dt,$$

$$L(\alpha) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1-\cos(2t+n\pi)}{t^2+\alpha^2}\,dt,$$

$$L(\alpha) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{t^2+\alpha^2} - \frac{(-1)^n}{2}f(\alpha),$$

or

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{t^2+\alpha^2} = \frac{\pi}{2\alpha}.$$

D'où

$$(12) \qquad L(\alpha) = \frac{\pi}{2\alpha}[1-(-1)^n e^{-2\alpha}].$$

Or, en dérivant sous le signe $\int$ on a

$$\frac{dL(\alpha)}{d\alpha} = -2\alpha\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2\left(t+n\frac{\pi}{2}\right)}{(t^2+\alpha^2)^2}\,dt.$$

On voit que K représente la valeur de $-\frac{1}{2\alpha}\frac{dL(\alpha)}{d\alpha}$ pour $\alpha = \frac{in\pi}{2}$ pour les mêmes raisons que plus haut.

Donc en dérivant l'expression (12) :

$$-\frac{1}{2\alpha}\frac{dL(\alpha)}{d\alpha} = \frac{\pi}{4\alpha^3}[1-(-1)e^{-2\alpha}] - \frac{(-1)^n}{2\alpha^2}\pi e^{-2\alpha},$$

pour $n = n_2$ et $\alpha = \frac{in_2\pi}{2}$, on trouve

$$(13) \qquad K = \frac{2}{n_2^2\pi}.$$

Calculons maintenant J :

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2\frac{\sin\left(t+n_1\frac{\pi}{2}\right)}{\left(t^2-\frac{n_1^2\pi^2}{4}\right)^2}\,dt,$$

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2\left(t+n_1\frac{\pi}{2}\right)}{t^2-n_1^2\frac{\pi^2}{4}}\,dt$$

$$+\frac{n_1^2\pi^2}{4}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2\left(t+\frac{n_1\pi}{2}\right)}{\left(t^2-\frac{n_1^2\pi^2}{4}\right)^2}\,dt,$$

$$J = L\left(in_1\frac{\pi}{2}\right) + \frac{n_1^2\pi^2}{4}K,$$

d'où la valeur de J en se reportant aux formules (12) et (13) :

$$J = \frac{\pi}{2},$$

donc, en définitive

$$I = J.k = \frac{1}{n_2^2}.$$

On a vu que les deux intégrales I et I' de la formule (11) s'obtiennent en permutant n_1 en n_2.

D'où l'expression de $W_{n_1n_2}$:

$$W_{n_1n_2} = \frac{k^2\pi^2}{8ab}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}(a^2 n_2^2 I + b^2 n_1^2 I'),$$

il vient

$$W_{n_1n_2} = \frac{k^2\pi^2}{8}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\left(n_1^2\frac{b}{a} + n_2^2\frac{a}{b}\right).$$

Si l'on compare $W_{n_1n_2}$ à l'expression de $w_{n_1n_2}$ précédemment calculée, on voit que pour les valeurs de ka et kb très grande pour lesquelles $k_z = k$, ces deux expressions sont identiques quels que soient n_1 et n_2. Dans ces conditions, on a vu plus haut qu'il en était de même pour w et W.

Conclusion.

Dans cet exemple, nous venons de voir que le flux du vecteur de Poynting, à l'intérieur du guide, est égal au flux du vecteur de Poynting du champ diffracté. Il n'est pas nécessaire d'introduire un coefficient de réflexion pour satisfaire au principe de conservation de l'énergie. On peut en déduire que lorsque la longueur d'onde tend vers zéro, le coefficient de réflexion à l'embouchure tend aussi vers zéro et ceci quel que soit la forme du champ électromagnétique sur cette surface.

Il n'en est pas de même lorsque la longueur d'onde n'est pas infiniment petite. Les formules de Kottler satisfont à la continuité des champs et aux équations de Maxwell, mais elles ne satisfont pas au principe de conservation de l'énergie lorsque le champ générateur est arbitrairement choisi. On peut dire que les champs ainsi obtenus satisfont à toutes les conditions mathématiques des champs maxwelliens, mais ne satisfont pas au principe physique de conservation de l'énergie. Il y a là un point de vue qui est général dans l'étude des champs rayonnés; par exemple, si l'on considère l'onde principale qui circule le long d'un fil unique, on constate qu'elle est parfaitement définie mathématiquement, mais que la puissance nécessaire pour l'établir est infinie. Elle ne peut donc exister physiquement, alors que l'on sait que l'onde principale à l'intérieur d'un guide n'existe pas mathématiquement. Il en est de même ici; à partir de champs arbitraires, on peut obtenir mathématiquement un champ diffracté mais ce champ diffracté ne peut exister physiquement. Il est nécessaire d'introduire une onde réfléchie par l'embouchure pour éviter cet inconvénient. Dans ces conditions, seul le champ réel peut à la fois satisfaire aux conditions mathématiques en même temps qu'au principe physique de conservation de l'énergie. On a vu que ceci était la principale critique des formules de Kottler, puisque le calcul du champ réel nécessite la résolution des équations de Maxwell. La solution correspondante est théoriquement valable dans tout l'espace, et, par suite, si nous connaissons sur l'embouchure, nous la connaissons aussi à l'infini, sans l'emploi des formules de Kottler.

Toutefois dans le cas des ouvertures étroites le champ réel est très voisin de la somme du champ incident et du champ réfléchi mesuré au loin. Une bonne approximation est obtenue en considérant ce dernier champ dans l'ouverture.

ADAPTATION SUR UNE LARGE BANDE DE FRÉQUENCES DES AMPLIFICATEURS ET AUTO-OSCILLATEURS POUR ONDES CENTIMÉTRIQUES

PAR M. DENIS,

Département électronique du Centre de Recherches techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Les performances d'un amplificateur — rendement, gain et largeur de bande — dépendent de deux facteurs essentiels : les caractéristiques électroniques du tube et la valeur des impédances d'entrée et de sortie. On fournit quelques exemples typiques montrant que dans un amplificateur de puissance les solutions adoptées couramment ne permettent pas d'obtenir simultanément le rendement maximum et la distorsion minimum en fonction de la fréquence. Grâce aux dispositifs décrits dans ce rapport, il est possible d'obvier à cet inconvénient : les organes d'adaptation proposés dérivent soit des filtres de bande, soit des lignes à retard naturelles ou artificielles; leur synthèse conduit à établir — sur le plan théorique — certains parallèles entre les circuits conventionnels et les circuits utilisés dans le domaine des hyperfréquences. Un Chapitre est consacré à l'extension des résultats acquis au cours de l'étude des amplificateurs aux problèmes des auto-oscillateurs et des chaînes d'amplificateurs.*

SUMMARY. — *The electrical performances of an amplifier, the efficiency, the gain and the bandwidth, are governed by two major factors : the electronic characteristics of the tube and the value of the input and output impedances. Some typical examples are given where it is shown that the usual designs of power amplifiers do not allow for maximum efficiency and minimum distortion vs, frequency to be simultaneously obtained. The proposed arrangements here described allow this inconveniency to be obviated. The matching elements are derived either from band filters, or from natural (or artificial) delay lines.*

The synthesis of such elements led a parallel to be drawn on theoretical plane between the conventional circuits and the circuits used in microwave field. A section is devoted to extending the results obtained with the amplifiers to the problems of self-oscillators and amplifier chains.

1. Introduction.

1.1. Le problème de l'amplification en ondes centimétriques est en général limité à la recherche d'un gain de puissance; les amplificateurs de tension ou de courant — d'un emploi si fréquent dans les techniques classiques — n'ont pas leurs équivalents dans le domaine des hyperfréquences.

1.2. Si l'on considère un amplificateur de puissance, ses performances peuvent être déduites, d'une part, de la connaissance des caractéristiques internes ou électroniques du tube et, d'autre part, de la mesure des impédances d'entrée et de sortie. Lorsque le tube fonctionne à *fréquence fixe* entre une source d'impédance interne et de force électromotrice données et une charge également déterminée, il est possible, en introduisant des transformateurs d'adaptation aussi bien à l'entrée qu'à la sortie de l'amplificateur d'éliminer l'influence des impédances qui le caractérisent et de définir un *gain maximum*, ou *gain propre* qui dépend uniquement de la puissance effectivement fournie à l'entrée du tube et des caractéristiques électroniques.

Si à partir de cette adaptation optimum, *on modifie la fréquence* de la source sans retoucher aux transformateurs d'adaptation, il en résulte une diminution du gain provoquée par l'augmentation des pertes d'insertion tant à l'entrée qu'à la sortie; cette chute du gain global, dans certains cas, est, il est vrai, limitée par l'accroissement du gain propre lié à une réduction de la puissance effectivement fournie à l'entrée de l'amplificateur.

1.3. On se propose au cours de ce rapport d'étudier sur quelques exemples simples les procédés qui permettent en agissant sur *les éléments extérieurs* au tube de réduire ces effets pernicieux lorsque l'amplificateur est destiné à la transmission d'une bande large de fréquences avec une *puissance de sortie maximum*.

On se limitera à des largeurs de bande qui, exprimées en valeurs relatives, restent comprises entre 1 et 10 %; les amplificateurs considérés dans l'état actuel de la technique seront donc, soit des tubes à modulation de vitesse, soit des tubes à propagation d'ondes; dans un dernier chapitre on étendra les résultats acquis à l'adaptation des auto-oscillateurs ou des amplificateurs en cascade associés à un pilote.

2. Définition de l'adaptation idéale.

2.1. ÉTUDE D'UN AMPLIFICATEUR DONT LE GAIN MAXIMUM EST INDÉPENDANT DE LA PUISSANCE D'ENTRÉE ET DE LA FRÉQUENCE. — La figure 1 schématise un amplificateur défini par son *gain propre* G_M et ses impédances d'entrée $Z'_1 = R'_1 + jY'_1$ et de sortie $Z'_2 = R'_2 + jY'_2$. La source est caractérisée par une force-électromotrice $E_0 e^{j\omega t}$ et une impédance interne $Z_1 = R_1 + jY_1$; la charge enfin est symbolisée par $Z_2 = R_2 + jY_2$.

Le gain atteint la valeur G_M lorsque Z_1 et Z_2 sont respectivement conjuguées de Z'_1 et Z'_2. Dans

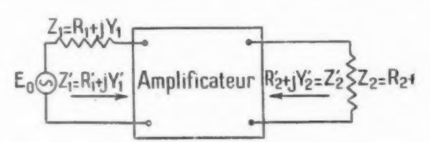


Fig. 1. — Schéma général d'un amplificateur.

ces conditions, la puissance P_e fournie par la source à l'entrée de l'amplificateur est maximum

$$(P_e)_0 = \frac{E_0^2}{8R_1}.$$

Si l'on définit le *gain vrai* G_V comme le rapport de la puissance dissipée dans R_2 à la puissance $(P_e)_0$, on trouve aisément

$$(1) \qquad G_V = \frac{4R_2R'_2}{(R_2+R'_2)^2+(Y_2+Y'_2)^2} \, \frac{4R_1R'_1}{(R_1+R'_1)^2+(Y_1+Y'_1)^2} \, G_M.$$

Or, en général, les R et les Y sont fonctions de la fréquence: *si dans toute la bande à transmettre, on sait conjuguer Z_1 et Z'_1, ainsi que Z_2 et Z'_2, le gain demeure constant et égal à G_M*; il est commode de désigner cette adaptation réalisée sur une grande bande sous le nom d'*adaptation idéale*.

2.2. LE GAIN MAXIMUM DE L'AMPLIFICATEUR DÉPEND DE LA PUISSANCE D'ENTRÉE. — C'est le cas par exemple des klystrons amplificateurs dont le gain propre dépend de la puissance d'entrée par l'intermédiaire du paramètre de groupement et du champ électrique entre les grilles de la cavité

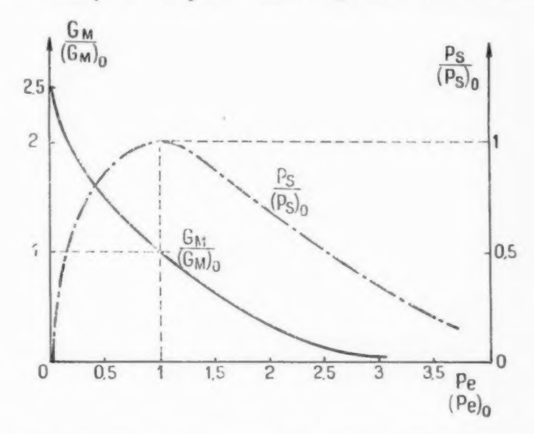


Fig. 2. — Courbes théoriques donnant pour un klystron à deux cavités les variations du gain propre et de la puissance de sortie en fonction de la puissance effective d'entrée.

rassembleuse. Les courbes de la figure 2 donnent un exemple typique de variation du gain propre et de la puissance de sortie d'un klystron à deux cavités en fonction de la puissance effective de modulation du faisceau, toutes les autres caractéristiques demeurant inchangées; *si l'adaptation idéale est réalisée*, la puissance et le champ électrique d'entrée demeurent constants dans la bande et l'on retombe sur le cas précédent.

2.3. LE GAIN MAXIMUM DÉPEND DE LA FRÉQUENCE. — Les tubes à propagation d'ondes constituent un exemple caractéristique d'amplificateur dont le gain propre est fonction de la fréquence; pour chaque puissance effective d'entrée il est possible de définir une *largeur de bande électronique*; *l'adaptation idéale, si l'on sait la réaliser permettra d'atteindre au mieux cette largeur de bande*.

Le gain propre du klystron amplificateur est également affecté par la fréquence; bien que cet effet soit masqué, lorsqu'on ne fait pas appel à l'adaptation idéale, par les pertes d'insertion, il n'est pas totalement négligeable.

Si l'on se réfère à la théorie *élémentaire* des klystrons amplificateurs [1], la puissance de sortie

est proportionnelle au produit $\beta^2 J_1^2(x)$, β symbolisant le coefficient de couplage du faisceau à la cavité et x le paramètre de groupement.

Or, si l'on représente par τ_0 le temps de transit moyen entre les grilles de la cavité rassembleuse et par τ_1 le temps de transit dans l'espace de glissement, on peut écrire

$$\beta = \frac{\sin \pi F \tau_0}{\pi F \tau_0}$$

et

$$x = \frac{\sin \pi F \tau_0}{\pi F \tau_0} \pi F \tau_1 \frac{E_1}{E_0};$$

F, fréquence;
E_1, tension alternative entre les grilles de la cavité rassembleuse;
E_0, tension continue du faisceau.

β et x dépendent donc de F; si β_0 et x_0 désignent les valeurs associées à la fréquence centrale F_0, un calcul simple montre que pour un écart relatif $\frac{\Delta F}{F_0}$ la variation relative de puissance à la sortie du tube s'écrit

$$\frac{\Delta P}{P} = 2\left[\frac{\pi \tau_0 F_0}{\operatorname{tg} \pi \tau_0 F_0} \frac{x_0 J_0(x_0)}{J_1(x_0)} - 1\right] \frac{\Delta F}{F_0}.$$

Si l'on fait choix du paramètre de groupement optimum ($x_0 = 1{,}84$) correspondant à la puissance maximum de sortie $\frac{x_0 J_0(x_0)}{J_1(x_0)} = 1$, et adopte pour $\pi\tau_0 F_0$ une valeur courante : $\frac{\pi}{2}$, on trouve $\frac{\Delta P}{P} = -2\frac{\Delta F}{F}$; pour une bande totale de 2 % la distorsion du gain propre atteint seulement 4 % (0,2 db); mais elle peut être plus importante si x_0 s'écarte de la valeur optimum. C'est précisément ce qui se produit lorsque la puissance d'entrée devient fonction de la fréquence par l'intermédiaire des pertes d'insertion.

3. Avantages de l'adaptation idéale.

C'est en examinant le comportement d'un klystron amplificateur à deux cavités que l'on saisit le mieux les avantages de l'adaptation idéale.

3.1. Représentant par Q_e et Q_s les surtensions respectives des cavités rassembleuse et collectrice que charge le faisceau électronique, par δ l'écart relatif de fréquence, on peut écrire dans le cas où l'adaptation a été réalisée uniquement pour la fréquence centrale F_0

$$(2) \qquad G_F = \frac{1}{1+\delta^2 Q_e^2} \frac{1}{1+\delta^2 Q_s^2} G_M\left[\frac{(P_e)_0}{1+\delta^2 Q_e^2}\right].$$

Soit plus simplement si $Q_e = Q_s = Q$

$$(3) \qquad G_F = \frac{1}{(1+\delta^2 Q^2)^2} G_M\left[\frac{(P_e)_0}{1+\delta^2 Q^2}\right].$$

Quant à la puissance de sortie, elle s'écrit

$$P_s = \frac{1}{(1+\delta^2 Q^2)^2} G_M\left[\frac{(P_e)_0}{1+\delta^2 Q^2}\right](P_e)_0.$$

Ces trois relations sont déduites de (1); l'écriture adoptée pour G_M exprime le fait que le gain propre est fonction de la puissance effective d'entrée. On supposera au cours de ce paragraphe que la puissance $(P_e)_0$ choisie est celle qui donne le maximum de puissance de sortie $(P_s)_0$ pour la fréquence F_0.

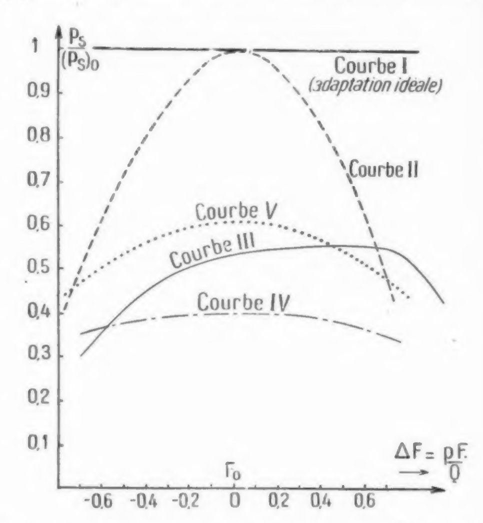


Fig. 3. — Comparaison des puissances maxima de sortie P_s pour divers types d'adaptation (détermination de la distorsion en fonction de la fréquence).

La bande passante, définie comme l'écart total entre les fréquences pour lesquelles le gain est égal à la moitié de $G_M[(P_e)_0]$ s'écrit si l'on suppose G_M constant

$$\Delta F_{3\,\text{db}} = 2\sqrt{\sqrt{2}-1}\,\frac{F_0}{Q} = 1{,}28\,\frac{F_0}{Q}.$$

3.2. En réalité comme G_M croît en même temps que δ (*fig.* 2), la largeur de bande à 3 db est légèrement accrue et atteint $1{,}4\,\frac{F_0}{Q}$ (courbe II de la figure 3). Il est possible d'exploiter cette relation entre G_M et la puissance effective d'entrée afin d'obtenir un gain sensiblement constant dans la bande à transmettre : si la puissance d'entrée est accrue de telle manière que le paramètre de groupement dépasse la valeur optimum $x_0 = 1{,}84$,

pour le centre de la bande, il peut y avoir compensation entre les variations de G_u et celles du facteur $\frac{1}{(1+\delta^2 Q^2)^2}$; mais une telle opération se fait au détriment du rendement du tube, donc de la puissance de sortie; la courbe V de la figure 3 montre comment varie la puissance de sortie avec la fréquence lorsqu'on emploie cet artifice; de plus le gain maximum est divisé sensiblement par 3.

3.3. Quelquefois, *dans le but d'élargir la bande*, les cavités rassembleuse et collectrice sont accordées sur des fréquences différentes; mais dans ces conditions la puissance maximum de sortie est considérablement diminuée.

En effet, si l'on représente par $\pm\delta_0$ les écarts relatifs entre la fréquence centrale F_0 et les fréquences propres des deux cavités, on peut écrire

$$G_t = \frac{1}{1+(\delta+\delta_0)^2 Q^2}\,\frac{1}{1+(\delta-\delta_0)^2 Q^2} \times G_u\left[\frac{(P_e)_0}{1+(\delta+\delta_0)^2 Q^2}\right],$$

soit pour les fréquences F_0, $F_0(1-\delta_0)$ et $F_0(1+\delta_0)$:

$$(G_t) = \frac{1}{(1+\delta_0^2 Q^2)^2}\,G_u\left[\frac{(P_e)_0}{1+\delta_0^2 Q^2}\right],$$

$$(G_t)_{-\delta_0} = \frac{1}{1+4\delta_0^2 Q^2}\,G_u[(P_e)_0]$$

et

$$(G_t)_{+\delta_0} = \frac{1}{1+4\delta_0^2 Q^2}\,G_u\left[\frac{(P_e)_0}{1+4\delta_0^2 Q^2}\right].$$

G_u demeurant indépendant de la puissance d'entrée, un calcul simple montre que dans une bande définie par

$$\Delta F = 2\sqrt{2}\,\frac{F_0}{Q} = 2,8\,\frac{F_0}{Q},$$

— ΔF correspondant d'ailleurs à l'écart entre les résonances des deux cavités —, le gain G_t reste constant à 0,5 db près; mais sa valeur maximum est huit fois plus faible que celle que l'on obtient en adaptant sur la fréquence centrale.

Si l'on tient compte de la distorsion du gain propre G_u, la variation du gain global dans la bande précédente devient considérable; toutefois en se limitant à une bande plus faible $\left(\text{par exemple } 1,4\,\frac{F_0}{Q}\right)$ on obtient la courbe de puissance de sortie P_s représentée sur la figure 3 (courbe III), où le gain demeure constant à 1 db près avec une valeur moyenne de P_s égale à la moitié environ du maximum maximorum.

Enfin si l'on cherche à accroître la puissance de sortie par une élévation du niveau d'entrée, on augmente la distorsion du gain propre et par conséquent la distorsion totale.

3.4. On a défini plus haut la largeur de bande à 3 db; *il est possible d'obtenir le même écart de fréquence* avec une distorsion plus faible (0,5 ou 1 db par exemple) en *amortissant* les cavités rassembleuse et collectrice; les variations de G_u en fonction de la puissance effective d'entrée étant négligées, la relation (3) montre que la bande à 0,5 db est obtenue lorsqu'on réduit simultanément les surtensions des deux rhumbatrons dans le rapport de 10 à 4.

La puissance modulante, effectivement fournie au faisceau, pour la fréquence F_0, n'est plus que les 4/10e de la puissance $(P_e)_0$ disponible à l'entrée, G_t s'écrit donc

$$G_t = \left(\frac{4}{10}\right)^2 G_u\left[\frac{\frac{4}{10}(P_e)_0}{1+\delta^2 Q^2}\right],$$

soit pratiquement, puisque $\delta^2 Q^2$ demeure, dans la bande, inférieur à 6 %

$$G_t = \frac{16}{100}\,G_u\left[\frac{4}{10}(P_e)_0\right].$$

soit

$$G_t \simeq 0,28\,G_u[(P_e)_0].$$

La valeur actuelle de la puissance de sortie (P_s), pour un même niveau $(P_e)_0$ de la source, est inférieure au tiers du maximum maximorum $(P_s)_0$. Lorsque l'on donne à la puissance disponible à l'entrée la valeur $\frac{10}{4}(P_e)_0$, la puissance P_s prend la valeur [(P_s) maximum] compatible avec une distorsion de l'ordre de 0,5 db, soit $(P_s)_{0,5\,db} \simeq 0,4\ (P_s)_0$ (courbe IV, *fig.* 3). Si l'on se satisfait dans la bande définie plus haut d'une distorsion de l'ordre de 1 db, les surtensions des deux rhumbatrons doivent être divisées par $\frac{100}{55}$ environ, et le gain G_t s'exprime par

$$G_t = \left(\frac{55}{100}\right)^2 G_u\left[\frac{\frac{55}{100}(P_e)_0}{1+\delta^2 Q^2}\right].$$

En négligeant l'effet des variations de $\delta^2 Q^2$ sur la valeur de la puissance effective appliquée au faisceau, on peut écrire

$$G_t = \left(\frac{55}{100}\right)^2 G_u\left[\frac{55}{100}(P_e)_0\right] \sim 0,45\,G_u[(P_e)_0].$$

Si l'on donne à la puissance disponible à l'entrée la valeur $\frac{100}{55}(P_e)_0$, la puissance P_s prend la valeur

maximum compatible avec une distorsion de 1 db, soit

$$(P_s)_{1\,\mathrm{db}} \simeq 0,55 (P_s)_0.$$

3.5. On constate donc sur l'exemple particulier du klystron-amplificateur que les divers procédés couramment employés pour *réduire la distorsion du niveau de sortie en fonction de la fréquence entraînent nécessairement une réduction du gain global et de la puissance maximum cédée à la charge utile.* Cette conclusion reste valable pour les tubes de puissance actuellement connus; seuls changent les ordres de grandeur; il convient de remarquer d'ailleurs que ceux qui figurent dans ce paragraphe sont déduits d'une théorie très élémentaire du klystron à deux cavités; dans la pratique il est nécessaire de faire une évaluation pour chaque cas d'espèce.

Dans le cadre des hypothèses faites jusqu'à présent, il semble que les solutions proposées pour réduire la distorsion du gain conduisent à des résultats à peu près comparables.

Néanmoins si l'on s'écarte du schéma simplifié comportant une source de force électromotrice et d'impédance interne indépendantes de la fréquence, le choix de la solution n'est plus indifférent; dans le cas, par exemple, du couplage direct entre un klystron auto-oscillateur modulé en fréquence et un amplificateur, il importe que la largeur de bande de la cavité excitée soit nettement plus grande que celle de l'oscillation imposée, sinon il se produit une modification des caractéristiques de l'oscillateur, et en particulier de la forme de la courbe de modulation; en amortissant les cavités d'entrée et de sortie on obvie partiellement à ces inconvénients; *toutefois, en dépit des avantages relatifs qu'elle procure cette solution est loin de fournir les résultats que l'on peut attendre de l'adaptation idéale.*

4. Procédés permettant de réaliser l'adaptation idéale.

4.1. Énoncé du problème. — 4.1.1. En général, la puissance haute fréquence est fournie au tube par l'intermédiaire d'un feeder G_1 (*fig.* 4), coaxial ou guide d'ondes, associé à un transformateur réglable et sans perte T_1; de même la puissance amplifiée est transmise à la charge à travers un transformateur T_2 et un second feeder G_2; pour plus de commodité — et sans nuire à la généralité de l'exposé — on peut supposer dans une première analyse que la source a comme résistance interne l'impédance caractéristique de G_1 et que de même la charge est correctement adaptée au feeder de sortie G_2; il existe de nombreuses solutions permettant de réaliser ces adaptations sur de très larges bandes (supérieures à 10 %) [2]; d'ailleurs, pour

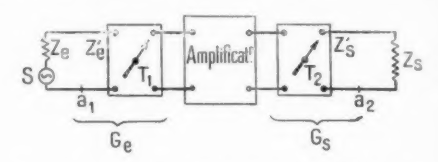


Fig. 4. — Schéma général d'un amplificateur muni de deux transformateurs d'adaptation.

lever la pétition de principe qui apparaît dans ces dernières lignes, on peut dire que les solutions qui vont faire l'objet de cette étude peuvent être appliquées tout aussi bien à l'adaptation d'une antenne considérée comme charge.

Le rôle des transformateurs T_1 et T_2 est de permettre une adaptation correcte des impédances d'entrée et de sortie pour la fréquence centrale F_0 de la bande à transmettre; en principe, il convient de les choisir de telle manière que leur sélectivité propre soit très inférieure à celle des circuits à corriger. Dans ces conditions, le circuit d'entrée vu à travers le transformateur T_1 offre au feeder G_1 une impédance égale à son impédance caractéristique. La même situation se produit à la sortie. Les transformateurs T_1 et T_2 restant sur les réglages ainsi obtenus pour la fréquence F_0, il est possible

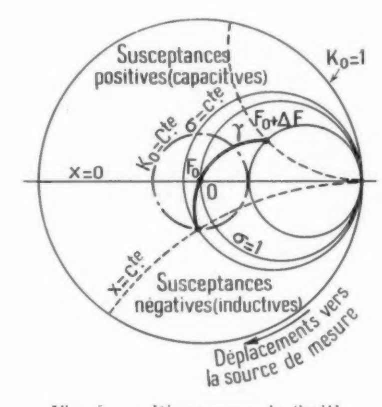


Fig. 5. — Diagramme de Smith.

de déterminer expérimentalement pour toute une suite de fréquences de la bande à transmettre les admittances des circuits d'entrée — ou de sortie — vues des points a_1 ou a_2 arbitrairement choisis sur les feeders G_1 ou G_2.

Le raisonnement portera maintenant uniquement

sur le feeder d'entrée puisque les opérations qui vont être ultérieurement décrites sont exactement les mêmes à la sortie qu'à l'entrée du tube.

Portés sur un abaque de Smith, les points d'admittances se situent sur une certaine courbe γ (*fig.* 5) passant par le point K = 0, origine du diagramme. Le choix de l'abaque de Smith se justifie dans le cas actuel par les avantages essentiels suivants; il n'existe pas de point à l'infini; les courbes d'égal taux d'ondes stationnaires sont des cercles concentriques, un déplacement sur le feeder de référence correspond à une simple rotation du point représentatif autour du centre O. On sait qu'une admittance quelconque correspond à l'intersection d'un cercle à conductance constante centré sur l'axe horizontal et tangent au cercle K = 1 au point d'ordonnée $(1 + 0j)$ et d'un cercle à susceptance constante centré sur la droite verticale d'abscisse + 1 et tangent à l'axe horizontal. Les susceptances positives (ou capacitives) correspondent à la moitié supérieure de l'abaque; les susceptances négatives (ou inductives) étant réparties sur la moitié inférieure; lorsqu'on déplace le point de référence α_1 en direction de la source, le point représentatif du diagramme tourne dans le sens des aiguilles d'une montre.

4.1.2. Le problème consiste alors à déterminer un transformateur θ_1 non dissipatif qui, inséré entre α_1 et la source, transforme l'admittance $\Gamma(a_1)$ en l'admittance caractéristique de G_1 et ceci pour toutes les fréquences de la bande; autrement dit θ_1 doit permettre la condensation de tous les points de la courbe γ en un seul point O, origine du diagramme.

4.1.3. Le transformateur à construire possède comme ossature le feeder G_1; d'autre part, on sait calculer, avec une bonne approximation — ou mieux encore mesurer — la susceptance localisée d'un grand nombre d'obstacles : sondes, boucles, diaphragmes, etc., placés en dérivation sur une ligne de transmission; il est donc possible d'assimiler un élément de guide muni de telles susceptances à un quadripôle conventionnel; en général le déphaseur naturel que constitue la ligne elle-même, procure plus de facilités que les circuits habituels lors de la synthèse des quadripôles devant posséder des caractéristiques données de transmission.

Il convient de remarquer que toutes les admittances considérées sont normalisées à celle du feeder.

4.1.4. Enfin, pour clarifier l'exposé on rappellera un théorème dont certains auteurs ont donné des démonstrations plus ou moins rigoureuses et que l'on attribue à Foster; l'importance de ce rappel se justifiera *a posteriori*.

Si l'on considère un réseau *non dissipatif* très compliqué — comportant des inductances, des capacitances localisées et des éléments de lignes — la susceptance jX ou la réactance jY *mesurées* entre deux points quelconques *sont des fonctions croissantes de la fréquence*. La proposition réciproque est également vraie : une susceptance est *physiquement* réalisable lorsque la fonction qui la représente croît avec la fréquence.

De ces énoncés sont exclus : les éléments dissipatifs, les capacités ou auto-inductances *négatives* que l'on sait réaliser à l'aide de procédés électroniques et enfin certaines susceptances — comme les susceptances de transfert — qui ne sont que des artifices de calcul et ne peuvent être *directement* mesurées.

4.2. Étude des possibilités d'adaptation de quelques quadripôles. — 4.2.1. *Quadripôle symétrique*. — On sait qu'un quadripôle symétrique

Fig. 6. — Adaptation à l'aide d'un quadripôle symétrique.

sans pertes θ (*fig.* 6) peut toujours être défini à l'aide des deux paramètres jx et jx' figurant dans les équations

$$(4)\qquad i_e = jxU_e + jx'U_s,$$

$$(4')\qquad i_s = jx'U_e + jxU_s.$$

jx' symbolise une susceptance de transfert; il est mieux indiqué, pour représenter le quadripôle, de faire intervenir des susceptances directement mesurables — et devant, par conséquent, satisfaire aux conditions de Foster — sous la forme des admittances en court-circuit jx_c et en circuit ouvert jx_0 qui sont liées à x et x' par l'intermédiaire des égalités

$$(5)\qquad x_c = x, \qquad \text{avec} \quad \frac{dx_c}{d\omega} > 0,$$

$$(5')\qquad x_0 = \frac{x^2 - x'^2}{x}, \qquad \text{avec} \quad \frac{dx_0}{d\omega} > 0.$$

Si θ permet la transformation de l'admittance $\sigma_s = a + jb$ — où a et b sont des fonctions de la fréquence — en la conductance caractéristique du feeder, il est nécessaire que x, x', a et b soient liés par la relation complexe

$$(6)\qquad 1 = jx + \frac{x'^2}{a + j(b + x)}$$

déduite des équations (4) et (4').

De (5), (5′) et (6) on tire

$$x_c = \frac{b}{a-1},$$

$$x_o = \frac{a-(a^2+b^2)}{b},$$

jx_c et jx_o devant être physiquement réalisables, on a nécessairement

$$(7) \quad \frac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}\omega} > 0, \qquad \text{soit} \quad \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}\omega}(a-1) > b\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}\omega}$$

et

$$(7') \quad \frac{\mathrm{d}x_o}{\mathrm{d}\omega} > 0, \qquad \text{soit} \quad \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}\omega}|a+b^2-a^2| < b(1-2a)\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}\omega},$$

a et b sont des fonctions de la fréquence déterminées expérimentalement; l'étude des deux inégalités précédentes permet d'examiner la possibilité d'existence d'un quadripôle symétrique réalisant l'adaptation idéale dans la bande de fréquences désirée.

L'exemple du klystron amplificateur illustrera le calcul qui vient d'être effectué : Vue du feeder, l'une des cavités offre une admittance σ_s que l'on peut écrire

$$\sigma_s = \sigma[1+2j\,\delta Q],$$

soit en posant $2\,\delta Q = \tau$:

$$a = \sigma,$$
$$b = \sigma\tau.$$

Les inégalités (7) et (7′) deviennent, en prenant comme variable τ au lieu de ω,

$$\sigma > 1,$$
$$\tau^2 < \frac{\sigma-1}{\sigma}.$$

Autrement dit, si l'on se reporte à l'abaque de Smith, l'adaptation idéale n'est possible avec le quadripôle symétrique que dans le cas où le cercle représentatif de σ_s est intérieur au cercle de conductance égale à 1, et la bande de fréquence où cette adaptation est réalisable devient d'autant plus large que la cavité est moins couplée au feeder; si par construction, ou simplement grâce à un transformateur on a pu réaliser l'adaptation correcte sur la fréquence centrale ($\sigma = 1$), la largeur de bande d'adaptation idéale est nulle.

1.2.2. *Quadripôle dissymétrique.* — On conçoit aisément qu'un quadripôle dissymétrique défini par *trois* susceptances, doit faciliter grâce à un paramètre dont le choix demeure libre, la synthèse de l'adaptateur convenable.

Le quadripôle dissymétrique peut être représenté par les équations

$$(8) \qquad i_e = jx_{11}U_e + jx_{12}U_s,$$
$$(8') \qquad i_s = jx_{12}U_e + jx_{22}U_s.$$

De même que dans le cas précédent, il est tout indiqué de remplacer la susceptance de tranfert jx_{12} par une susceptance mesurable obéissant à la règle de Foster; il est possible d'utiliser comme paramètres : la susceptance à l'entrée lorsque la sortie est court-circuitée jx_{ce}, la susceptance à la sortie lorsque l'entrée est court-circuité jx_{cs} et, enfin, la susceptance à la sortie lorsque l'entrée est en circuit ouvert jx_{os}; x_{ce}, x_{cs} et x_{os} sont liées à x_{11}, x_{22} et x_{12} par les relations

$$(9) \qquad x_{ce} = x_{11},$$
$$(9') \qquad x_{cs} = x_{21},$$
$$(9'') \qquad x_{os} = \frac{x_{11}x_{22}-x_{12}^2}{x_{11}}.$$

Prenant comme susceptance libre jx_{ce}, on déduit de l'ensemble des égalités (8) et (9) que l'adaptation idéale est obtenue lorsque

$$(10) \qquad x_{cs} = ax_{ce} - b,$$
$$(10') \qquad x_{os} = -\left[b + \frac{a}{x_{ce}}\right],$$

x_{cs} x_{ce} et x_{os} devant être physiquement réalisable, on a nécessairement

$$(11) \qquad \begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x_{cs}}{\mathrm{d}\omega} > 0, \\ \dfrac{\mathrm{d}x_{ce}}{\mathrm{d}\omega} > 0, \\ \dfrac{\mathrm{d}x_{os}}{\mathrm{d}\omega} > 0. \end{cases}$$

Si l'on reprend l'exemple de la cavité de klystron dont l'admittance s'exprime par

$$\sigma_s = \sigma(1+j\tau).$$

On peut écrire

$$x_{cs} = \sigma[x_{ce} - \tau],$$
$$x_{os} = -\sigma\left[\tau + \frac{1}{x_{ce}}\right];$$

d'où par application de la règle de Foster

$$\frac{\mathrm{d}x_{ce}}{\mathrm{d}\tau} \geq 1 \qquad \text{et} \qquad \frac{\mathrm{d}x_{ce}}{\mathrm{d}\tau} \geq x_{ce}^2.$$

Il est très facile de trouver une susceptance jx_{ce} satisfaisant à ces deux conditions dans un large domaine de variations de τ.

Dans le cas général, il est donc possible par un

choix convenable de x_{cc} de déterminer deux valeurs x_{cs} et x_{os} qui, associées à x_{cc}, définissent un quadripôle physiquement réalisable permettant l'adaptation idéale; malheureusement de la connaissance des susceptances en court-circuit et en circuit ouvert il n'est pas toujours aisé de déduire la configuration interne du quadripôle correspondant. C'est pourquoi il convient d'examiner le comportement de certains quadripôles simples, transpositions dans le domaine des hyperfréquences des filtres en échelle (T et π) ou des filtres en treillis; comme ces quadripôles peuvent toujours être définis à partir des trois susceptances qui les constituent effectivement, on ne se heurte pas à la difficulté signalée naguère.

4.2.3. *Filtre en échelle.* — 4.2.3.1. Le filtre en échelle *type* ne doit incorporer que des éléments à *déphasage minimum*; il semble donc, étant donnée la propriété capitale des lignes de transmission, qu'il n'y ait pas en ondes centimétriques l'équivalent d'un tel filtre; néanmoins dans le cas des largeurs de bande suffisamment étroites, on peut admettre qu'un tronçon de ligne de longueur égale $\frac{\lambda}{4}$ ou $\frac{\lambda}{2}$ joue tout simplement le rôle d'un transformateur localisé d'impédance et que ses propriétés de déphaseur n'interviennent pratiquement pas. Ces remarques suggèrent certaines transformations des filtres conventionnels en filtres typiquement *hyperfréquence* et de réalisation très facile.

Si l'on considère une impédance série Z prise dans un filtre en échelle (*fig.* 7 *a*) on constate qu'elle est identique à une admittance-dérivation de même valeur Z placée entre deux éléments quart-d'onde; il est en effet aisé de vérifier que les deux quadripôles symétriques ainsi constitués ont les mêmes impédances en court-circuit et en circuit ouvert; de là on déduit les équivalences, résumées sur les figures 7 *b* et 7 *c*, entre filtres en π ou en T et filtres hyperfréquence comportant des susceptances séparées par des tronçons quart-d'onde.

Avec les notations de la figure 7 *b*, l'adaptation idéale est réalisée lorsque x_1 et x_2 s'expriment en fonction de a, b et x_3 par les relations

$$x_1 = -b \pm \sqrt{a(x_3^2 + 1 - a)}, \tag{12}$$

$$x_2 = \frac{a x_3 \pm \sqrt{a(x_3^2 + 1 - a)}}{a(1 + x_3^2)}. \tag{12'}$$

Écrivant que x_1 et x_2 satisfont aux conditions de Foster, il est possible de déduire deux inégalités qui limitent le domaine de variation de x_3 et l'on remarque déjà sur les expressions précédentes que x_3^2 doit être supérieur à $(a - 1)$.

4.2.3.2. *Application au klystron amplificateur.* — Si l'on suppose que l'admittance à adapter est

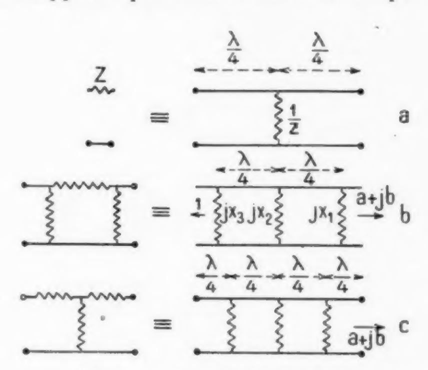


Fig. 7. — Cellules de filtrage (T et π utilisant lignes et guides).
a, équivalences; *b*, circuit en π; *c*, circuit en T.

celle du rhumbatron d'un tube à modulation de vitesse

$$\sigma_s = a + jb = 1 + 2j\delta Q = 1 + j\tau,$$

les relations (12) et (12') se transforment en

$$x_1 = x_3 - \tau,$$

$$x_2 = \frac{2 x_3}{1 + x_3^2},$$

les conditions de Foster donnent alors

$$\frac{dx_3}{d\tau} \geqq 1 \qquad \text{et} \qquad x_3^2 \leqq 1.$$

La réalisation de x_3 est impossible pour les valeurs

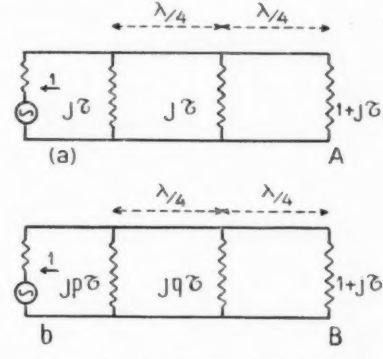


Fig. 8. — Exemples de filtres adaptateurs du type 7 *b* (klystron).
Adaptation à la source ou à la charge.

de τ extérieures à l'intervalle $-1 \leqq \tau \leqq 1$ et difficile pour les valeurs intérieures. On peut néanmoins en se laissant guider par la forme des expres-

sions écrites plus haut, chercher à constituer des circuits simples qui permettent de friser l'adaptation idéale.

Si par exemple

$$x_1 = 0, \quad x_2 = \tau, \quad x_3 = \tau \qquad (\text{voir } fig.\ 8\,a),$$

la puissance effectivement transmise à la cavité d'entrée du klystron reste au moins égale aux $9/10^e$ de la puissance maximum dans une bande égale à $1{,}28 \frac{F_0}{Q}$ (soit $-1{,}28 < \tau < 1{,}28$). Sans le filtre correcteur, sur les bords de la même bande, l'énergie transmise n'est plus que les $7/10^e$ de la valeur maximum.

Grâce à d'autres choix, qui rappellent les artifices des terminaisons en *m* bien connus des techniciens des filtres conventionnels, on peut élargir la bande en diminuant la distorsion; c'est ainsi qu'avec

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 0{,}8\,\tau, \quad x_3 = 0{,}8\,\tau \qquad (\text{voir } fig.\ 8\,b),$$

la puissance transmise reste égale aux $95/100^e$ de la puissance maximum dans une bande égale à $1{,}4 \frac{F_0}{Q}$.

Devant les résultats ainsi acquis on peut se

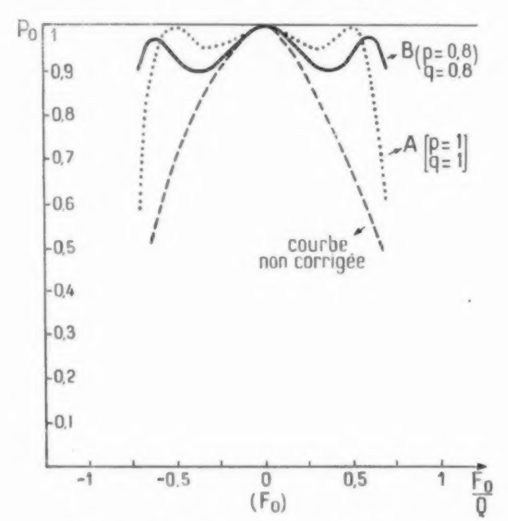


Fig. 9. — Courbes montrant les avantages des filtres représentés sur la figure 8.

demander si en augmentant le nombre des cellules il n'est pas possible d'accroître la largeur de bande à gain sensiblement constant : le calcul ainsi que l'expérience montrent qu'il n'en est rien; d'ailleurs les susceptances jx_2 et jx_3 ayant une variation

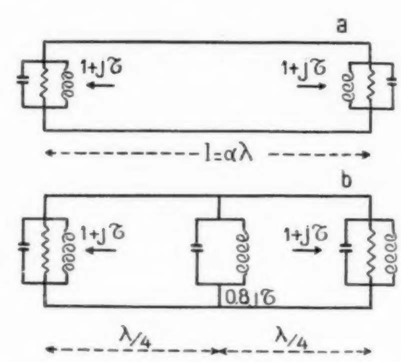


Fig. 10. — Exemples de filtres adaptateurs du type 7 b (klystron).
Adaptation entre deux étages.

rapide en fonction de la fréquence sont pratiquement constituées par des circuits, résonnant comme le rhumbatron, sur la fréquence F_0 (diaphragmes, cavités couplées); une multiplication du nombre de ces cavités s'accompagne d'un accroissement des pertes parasites; en se limitant au dispositif correcteur analysé plus haut, on peut faire choix de deux cavités cylindriques d'excellente surtension; les pertes supplémentaires demeurent alors négligeables.

Si l'entrée et la sortie du tube sont munies de filtres proposés, la puissance de sortie varie selon les courbes que représente la figure 9, la distorsion reste inférieure à 0,5 db dans une bande égale à $1{,}4 \frac{F_0}{Q}$.

Dans le cas d'une liaison entre deux étages amplificateurs tels que leurs cavités possèdent la même surtension et sont vues de la ligne de liaison sous la même admittance $1 + j\tau$, le transformateur d'adaptation prend une forme simplifiée (*fig.* 10 *b*): la susceptance $jp\tau$ est placée à mi-distance des deux admittances $1 + j\tau$ séparées par un nombre impair de demi-longueurs d'onde. Pour $p = 0{,}8$, on obtient une transmission de puissance qui s'écarte au plus de 0,25 db de la transmission maximum dans une bande égale à $1{,}5 \frac{F_0}{Q}$ (*fig.* 11 *c*).

En l'absence du circuit correcteur l'adaptation d'une cavité à l'autre dépend essentiellement de la longueur de ligne qui les sépare (*fig.* 10 *a*); le meilleur résultat est obtenu lorsque cette longueur est un multiple impair de $\frac{\lambda}{4}$ (*fig.* 11 *a*); la comparaison

des courbes 11 *a* et 11 *c* met en évidence les avantages du filtre très simple décrit plus haut.

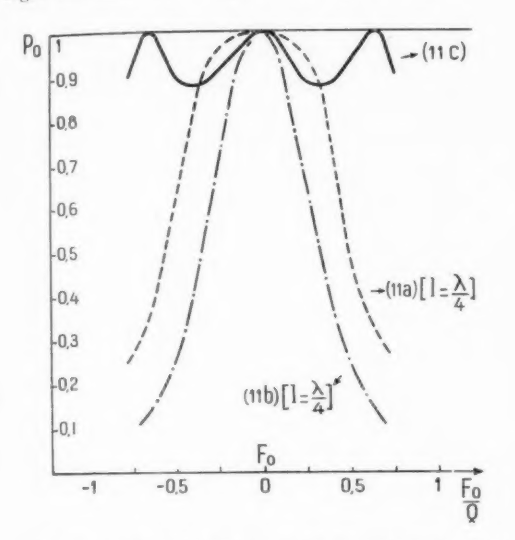


Fig. 11. — Courbes montrant les avantages du filtre représenté sur la figure 10 *b*.

Pour fixer des ordres de grandeur, on peut considérer l'ensemble de deux étages en cascade dont l'entrée et la sortie sont munies des filtres conformes à la représentation de la figure 8 *b*; la liaison entre les deux étages étant constituée selon le schéma (10 *b*); la distorsion de puissance dans une bande égale à $1,4\,\frac{F_0}{Q}$ reste inférieure à 0,75 db; dans le cas normal, en se bornant à l'adaptation sur la fréquence centrale, on ne peut espérer obtenir pour une même bande une distorsion inférieure à 5 db. Cet exemple montre bien le bénéfice que procure l'introduction de transformateurs sélectifs relativement simples, même dans le cas où l'adaptation idéale ne peut être rigoureusement obtenue.

4.2.4. *Introduction de déphaseurs purs.* — 4.2.4.1. L'analyse du paragraphe 4.2.2 a prouvé l'existence de quadripôles dissymétriques réalisant l'adaptation idéale; l'échec relatif rencontré lors de l'emploi d'un quadripôle en échelle s'explique bien à la lumière des résultats classiques de la théorie des filtres en T ou en π; on sait en effet que dans la bande passante, l'impédance itérative varie considérablement et ne peut par conséquent être représentée par celle de la ligne de transmission.

On est tout naturellement conduit à utiliser un quadripôle dissymétrique incorporant un déphaseur pur qui, dans bien des cas, peut être constitué très simplement par un tronçon de ligne de transmission; en effet, un déphaseur *type* constitué par un circuit en treillis (*fig.* 12) possède une conductance itérative constante et égale à celle du feeder dans lequel on l'insère si les susceptances jx'_1 et jx'_2 des bras du pont sont liées par l'expression

$$x'_1\,x'_2 = -1.$$

Le déphasage φ correspondant s'écrit implicitement

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = +x'_1,$$

x'_1 variant selon une certaine loi en fonction de la fréquence, φ croît de zéro à π lorsque x'_1 passe de zéro à l'infini. Si l'on permute jx'_1 et jx'_2, l'angle φ alors défini par $\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = -x'_1$ décroit de π à zéro pour les mêmes variations de x'_1; on peut donc donner à φ le sens de variation voulu. Lorsqu'on substitue au déphaseur *type* une ligne conventionnelle — coaxial ou guide d'ondes — on constate que φ croît généralement en même temps que la fréquence : il faut faire appel à des lignes homogènes de structure relativement compliquée (lignes à corrugations, hélices, etc.) pour obtenir que dans une bande d'ailleurs assez étroite la variation de φ soit inversée.

Quoi qu'il en soit les propriétés transformatrices d'un déphaseur des types *treillis* ou *ligne homogène* agissant sur une admittance σ_s, peuvent toujours être représentées analytiquement par l'opérateur

$$\sigma = \frac{\sigma_s + j\operatorname{tg}\varphi}{1 + j\sigma_s\operatorname{tg}\varphi}.$$

Si l'on choisit comme quadripôle de transformation

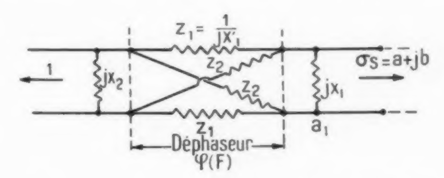


Fig. 12. — Schéma général d'un adaptateur incorporant un quadripôle en treillis

$$z_1\,z_2 = 1.$$

celui que représente la figure 12, l'adaptation idéale est obtenue lorsque

$$1 = jx_2 + \frac{a + j(b + x_1) + j\operatorname{tg}\varphi}{1 + j[a + j(b + x_1)]\operatorname{tg}\varphi},$$

soit en prenant x_2 comme variable libre

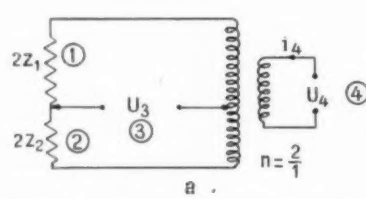
$$(13)\qquad x_1 = -b \pm \sqrt{a x_2^2 - (a-1)^2},$$

$$(13')\qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{1-a}{-a x_2 + \sqrt{a x_2^2 (a-1)^2}}.$$

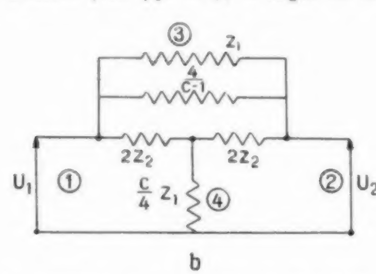
Dans le cas actuel, le choix de x_2 est beaucoup plus aisé que dans le cas du quadripôle en échelle, puisqu'on peut toujours disposer les composantes d'un déphaseur en treillis de façon à donner à φ le sens voulu.

4.3.4.2. *Application au klystron-amplificateur.* — Si l'on suppose que l'admittance à adapter est celle du rhumbatron d'un tube à modulation de vitesse

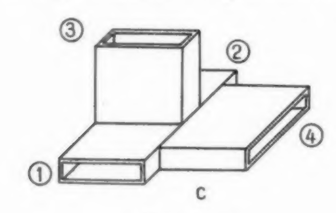
$$z_s = a + jb = 1 + 2j\delta Q = 1 + j\tau.$$



a. Premier cas. — Circuit de Jaumann : 3, Ligne d'entrée (voir *fig.* 13 *c*); 4. Ligne de sortie.



b. Deuxième cas. — Circuit en T ponté : 1. Ligne d'entrée; 2. Ligne de sortie.



c. T magique.

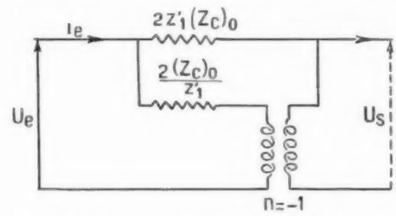
Fig. 13. — Équivalences entre T magique et circuits conventionnels.

les relations (13) et (13′) deviennent

$$x_1 = x_2 - \tau,$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2}{x_2},$$

x_2 correspondant à une susceptance physiquement réalisable, tg φ doit nécessairement décroître lorsque τ augmente; on ne peut donc songer à utiliser dans

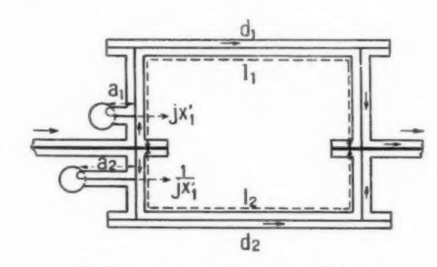


a. Schéma équivalent; montage de Cauer :

$$U_e = \frac{i_e}{2}(Z_c)_0\left[z'_1 + \frac{1}{z'_1}\right] + \frac{i_s}{2}(Z_c)_0\left[z'_1 - \frac{1}{z'_1}\right],$$

$$-U_s = \frac{i_e}{2}(Z_c)_0\left[z'_1 - \frac{1}{z'_1}\right] + \frac{i_s}{2}(Z_c)_0\left[z'_1 + \frac{1}{z'_1}\right],$$

$$\frac{1}{z'_1} = j x'_1, \qquad \frac{U_e}{U_s} = \frac{1 + j x'_1}{1 - j x'_1}, \qquad \varphi = 2 \operatorname{arc\,tg} x'_1.$$



b. Montage des lignes coaxiales :

$$l_1 = l_2 + \frac{\lambda}{2}, \qquad a_1 = a_2 - \frac{\lambda}{4}.$$

Fig. 14. — Déphaseur sélectif comportant deux lignes en parallèle (lignes coaxiales).

ce cas un élément de ligne homogène; on doit faire appel aux structures *hyperfréquence* qui ont les mêmes propriétés que le quadripôle en treillis et dérivent soit du pont hybride de Jaumann (*fig.* 13 *a*), soit du T ponté (*fig.* 13 *b*), soit encore du circuit de Cauer (*fig.* 14 *a*).

Dans ces conditions le déphasage φ peut être représenté, en fonction de la susceptance jx'_1 caractérisant le déphaseur, par l'intermédiaire de la relation

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = -x'_1.$$

Si l'on suppose x_1 nul, on a nécessairement

$$x_2 = \tau \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{2}{\tau},$$

d'où

$$x'_1 = \frac{\tau}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\tau}{2}\right)^2 + 1}.$$

Les deux déterminations correspondent à des susceptances jx'_1 et $\frac{1}{jx'_1}$ satisfaisant à la règle de Foster pour toutes valeurs de τ. Pratiquement, il ne sera pas possible de réaliser jx'_1 de telle manière qu'il suive exactement la loi précédente ; néanmoins on pourra obtenir une excellente approximation en imposant à la susceptance physique de correspondre à la susceptance calculée en trois points de la bande, par exemple en $\tau = -2$, $\tau = 0$ et $\tau = 2$; en quel cas la largeur de bande à gain constant atteint la valeur $2\frac{F_0}{Q}$. Dans la radiotechnique classique, il est facile de réaliser une susceptance ayant une valeur définie en trois points : si l'on considère en effet le circuit de la figure 15 *a*, un choix convenable des trois paramètres $\mathcal{L}_a$, C et $\mathcal{L}$ permet d'atteindre le but désiré.

La susceptance $\frac{1}{jx'_1}$ inverse de la précédente est aisée à construire et prend la forme représentée sur la figure 15 *b*; Z symbolisant l'impédance caractéristique de la ligne de transmission, les éléments de ce second circuit se déduient de ceux du premier grâce aux relations

$$\frac{\mathcal{L}_a}{C''_a} = Z^2,$$

$$\frac{\mathcal{L}}{C''} = Z^2,$$

$$\frac{\mathcal{L}'}{C} = Z^2.$$

En ondes centimétriques, la réalisation d'une

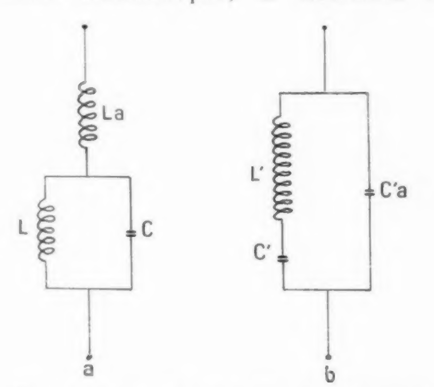
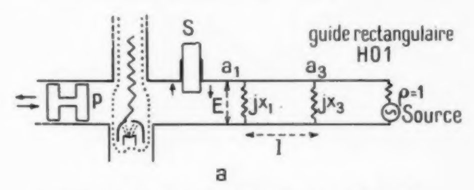


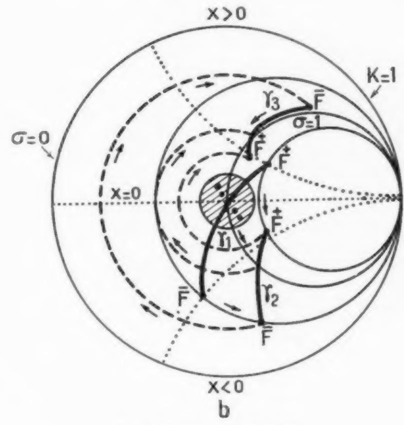
Fig. 15. — Exemple de susceptances inverses entrant dans la composition des déphaseurs sélectifs.

susceptance inverse d'une autre est encore plus simple; si l'on considère une admittance qui, vue d'un certain point d'une ligne de transmission a comme valeur σ, le *même élément* mesuré à une distance amont égale à $(2n+1)\frac{\lambda}{4}$ offre à la ligne l'admittance $\frac{1}{\sigma}$.

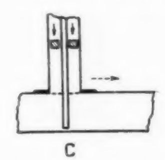
Cette remarque permet de construire aisément



a. Représentation schématique du T. P. O.



b. Abaque de Smith.



c. Réalisation possible de x_1 ou x_3.
Diaphragmes, sondes court-circuités, vis, etc.

Fig. 16. — Adaptation sur une très large bande (10 %). Cas du T. P. O. amplificateur.

des déphaseurs en faisant appel aux propriétés de certains circuits typiquement *hyperfréquence*. Le T magique par exemple (*fig.* 13 *c*) se comporte exactement comme le pont hybride de Jaumann (*fig.* 13 *a*); si l'entrée et la sortie de la ligne de transmission correspondent aux bras (3) et (4) du pont, deux susceptances identiques placées dans les bras (1) et (2) — mais à des distances de l'axe du système différant de $\frac{\lambda}{4}$ — permettent de constituer le déphaseur; plus simplement encore en repliant l'un sur l'autre les bras (1) et (2), on peut

remplacer les deux susceptances par une seule convenablement située.

Si l'on choisit comme entrée et sortie du T magique les bras (1) et (2), il est possible de le transformer en un T ponté par introduction dans les bras (3) et (4) de susceptances assez compliquées : cette solution d'une réalisation plus délicate n'est pas à recommander.

Enfin, conformément à la représentation de la figure 14 *b*, deux dérivations d'impédance caractéristiques 2 *Z* placées sur une ligne homogène d'impédance *Z* et respectivement munies de susceptances localisées jx'_1 et $\frac{1}{jx'}$ jouent le rôle de déphaseur sélectif si leurs longueurs diffèrent de $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ [3]; les deux susceptances peuvent d'ailleurs être remplacées par une seule convenablement couplée à un bras commun réunissant les deux dérivations.

La susceptance jx'_1 est assez facilement réalisée sous forme d'une cavité résonnante couplée à la ligne de transmission par l'intermédiaire d'une boucle dont l'inductance propre joue le rôle de celle qui est représentée sur la figure 16 *a* sous le symbole $\mathcal{L}_m$.

En résumé, l'adaptation idéale sur une large bande peut être obtenue dans le cas d'un rhumbatron à l'aide d'un quadripôle dissymétrique comportant : un circuit déphaseur dont l'élément essentiel est une cavité résonnante et une seconde cavité résonnante placée en amont du déphaseur. Dans le cas d'une liaison entre deux étages, cette dernière cavité peut être supprimée.

5. L'adaptation pratique.

5.1. Si l'on se reporte à l'expression générale (1) où l'on suppose

$$R_1 = R_2 = 1 \qquad \text{et} \qquad X_1 = X_2 = 0,$$

le gain G_t peut s'écrire en fonction des admittances d'entrée : $a_1 + jb_1$ et de sortie : $a_2 + jb_2$ de l'amplificateur étudié

$$G_t = \frac{4a_1}{(1+a_1)^2+b_1^2}\,\frac{4a_2}{(1+a_2)^2+b_2^2}\,G_M\left[\frac{(P_e)_M \times 4a_1}{(1+a_1)^2+b_1^2}\right].$$

En considérant uniquement le circuit d'entrée, par exemple, on constate que la quantité $\frac{4a_1}{(1+a_1)^2+b_1^2}$ est représentée très simplement, en fonction du taux d'ondes stationnaires ρ_1 mesuré sur le feeder, par $\frac{4\rho_1}{(1+\rho_1)^2}$; si l'on s'impose que la puissance injectée à l'entrée soit au moins égale à la fraction *p* de la puissance maximum, il est nécessaire que le taux d'ondes stationnaires demeure inférieur dans toute la bande à

$$\frac{1+\sqrt{1-p}}{1-\sqrt{1-p}}.$$

Si $p = 0{,}96$ (0,2 db), la valeur supérieure admissible pour ρ_1 est égale à 1,5.

Le diagramme des admittances à l'entrée étant tracé sur un abaque de Smith, le transformateur à réaliser doit amener tous les points représentatifs à l'intérieur du cercle de cote ρ_1; très souvent de simples considérations géométriques associées à la règle de Foster permettront de prévoir la constitution de l'adaptateur; on pourra faire choix, soit d'un circuit dérivé du filtre en échelle et défini par trois susceptances, convenablement placées sur la ligne, soit dans la majeure partie des cas de deux susceptances encadrant un tronçon de ligne jouant le rôle de déphaseur.

5.2. Application au tube a propagation d'ondes. — Cette dernière solution est très indiquée pour l'adaptation sur une large bande des amplificateurs à propagation d'ondes; dans ce cas un élément de ligne de propagation introduit un déphasage qui croît très sensiblement dans la bande.

La figure 16 *a* reproduit schématiquement le circuit d'entrée d'un tube de ce type; l'adaptation sur la fréquence centrale peut être obtenue à l'aide de deux ou trois paramètres tels que la position du piston terminal P, celle de l'hélice par rapport au guide ou éventuellement l'enfoncement d'une sonde court-circuitée S.

Dans ces conditions, mesurée en un point a_1, assez proche du tube, l'admittance est représentée sur l'abaque de Smith par une courbe γ_1 (*fig.* 16 *b*) sur laquelle les fréquences croissent de F à F'; une susceptance inductive jx_1 est insérée en a_1; si jx_1 est convenablement choisie, le taux d'ondes stationnaires peut croître sur la nouvelle courbe γ_2 en sens inverse de la fréquence; un tronçon de guide de longueur $l = a_1a_3$ amène alors les points représentatifs sur une courbe γ_3 voisine du cercle de conductance unité; une susceptance inductive jx_3 placée en a_3 localise tous les points de γ_3 à l'intérieur du cercle de rayon ρ_1.

Les susceptances jx_1 et jx_3 peuvent être réalisées à l'aide de diaphragmes, de sondes court-circuitées, de vis, etc.; très souvent, le passage de γ_1 à γ_2 est obtenu par un simple déplacement du piston P; mais la solution la plus convenable est d'employer pour la matérialisation de jx_3 et jx_1 des coaxiaux latéraux court-circuités (*fig.* 16 *c*) couplés au guide

par une sonde et déplaçables dans le sens longitudinal.

Si les courts-circuits sont mobiles, il est possible de régler la sensibilité, en fonction de la fréquence, des deux susceptances jx_1 et jx_3 et de donner ainsi aux courbes γ_2 et γ_3 toutes les formes voulues.

6. Adaptation à large bande des tubes hyperfréquence auto-oscillateurs.

6.1. Les tubes auto-oscillateurs fonctionnant à fréquence fixe, donnent leur maximum de puissance lorsqu'on établit expérimentalement certaines relations entre les caractéristiques de la charge, celles du faisceau électronique et éventuellement celles du transformateur de réaction. L'obtention d'une onde modulée en fréquence exige que l'on agisse périodiquement sur un ou plusieurs des trois paramètres essentiels qui viennent d'être énumérés. D'une manière générale, l'adaptation idéale définie à propos des amplificateurs ne peut être réalisée dans les auto-oscillateurs : on constate que la puissance maximum et la plus grande largeur de bande définie à 3 db sont obtenues simultanément lorsque l'adaptation est correctement réalisée pour le centre de la bande d'oscillation; toute modification subséquente des caractéristiques entraîne, soit une diminution de la largeur de bande, la puissance maximum restant constante, soit une diminution de cette puissance au centre de la bande accompagnée d'un écrétage, soit encore — ce qui est le plus fréquent — d'une réduction des deux; physiquement, ces phénomènes sont liés au fait que dans un auto-oscillateur, la puissance fournie et le glissement de fréquence sont intimement associés par l'intermédiaire des relations de phase qui ne jouent pratiquement aucun rôle dans les amplificateurs.

Techniquement l'adaptation optimum dans le cas des auto-oscillateurs modulés en fréquence est obtenue de la manière suivante (*fig.* 17).

Le tube doit en général débiter dans une charge qui représente très sensiblement l'impédance caractéristique d'un feeder; un transformateur d'impédance T permettant une adaptation dans une bande large est inséré entre le feeder et la sortie du tube; les paramètres propres au tube ainsi que T sont réglés de façon à obtenir la puissance maximum $(P_u)_0$ dans la charge pour la fréquence centrale F_0 de la bande en l'absence de modulation périodique. On choisit à la sortie du tube un point de référence a et détermine en ce point l'impédance offerte par la charge vue à travers le transformateur T; le paramètre q qui détermine la fréquence d'oscillation (la tension réflecteur par exemple dans le cas d'un klystron reflex) est modifié, le transformateur T_1 est réglé jusqu'à obtention d'une nouvelle puissance maximum (P_u); on mesure alors la fréquence d'oscillation F_1 et l'impédance en a; la même opération est répétée pour divers réglages de q. On peut alors porter sur un abaque de Smith les impédances que l'on doit ramener au point a, afin de réaliser l'adaptation optimum dans toute la bande; pour obtenir le résultat cherché on opère alors exactement selon la méthode déjà indiquée dans l'étude de l'adaptation des amplificateurs, de façon à ramener au point a l'impédance conjuguée de la source; en modulation dynamique, on doit alors retrouver en fonction de la fréquence instantanée la courbe de puissance déterminée statiquement.

6.2. Dans certains cas, on désire obtenir une

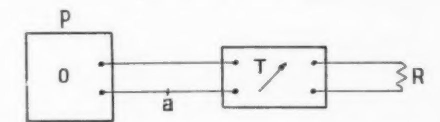


Fig. 17. — Adaptation d'un auto-oscillateur modulé en fréquence.
O, auto-oscillateur; R, charge.

sorte d'écrétage de la courbe de puissance en fonction de la fréquence; on peut par exemple convenir de choisir comme niveau de puissance dans la bande celui qui correspond à la moitié du niveau maximum. Les procédés sont nombreux : dans le cas des klystrons reflex, par exemple, le plus simple consiste — après avoir effectué le réglage optimum — à coupler directement à la sortie du klystron une cavité absorbante de fréquence propre égale à la fréquence centrale de la bande et de surtension voisine de celle du rhumbatron chargé; notons en passant qu'un tel dispositif procure certains avantages annexes : en particulier, la réduction de la distorsion de la courbe d'accord électronique en fonction de la tension réflecteur [4].

6.3. Les considérations qui viennent d'être développées à propos de l'adaptation optimum de la charge des auto-oscillateurs modulés doivent être également étendues à l'adaptation du transformateur de feed-back dans les oscillateurs à réaction extérieure, tels que les tubes à propagation d'ondes par exemple; cette étude sortant du cadre fixé actuellement fera l'objet d'un rapport ultérieur.

6.4. Adaptation a large bande des auto-oscillateurs non modulés. — Le problème de

l'adaptation à large bande des auto-oscillateurs peut prendre encore un aspect différent.

Dans les techniques de réception, on emploie fréquemment comme oscillateurs locaux des klystrons-reflex dont on peut faire varier la fréquence grâce à l'accord mécanique, sur une large gamme; en général l'adaptation de la charge au klystron est effectuée pour une seule fréquence; lorsqu'on ne dispose pas de moyens qui permettent pour les autres fréquences d'obtenir l'adaptation optimum, la puissance peut être considérablement réduite. Si dans toute la bande d'accord mécanique, le tube fonctionne sur le *même ordre de réflexion*, il est possible par l'examen d'un diagramme de Rieke simplifié, limité aux points voisins de la puissance maximum, de déterminer les caractéristiques d'un transformateur fixe permettant pour toutes les fréquences de fonctionnement d'adapter correctement la charge utile; ce transformateur est ensuite construit conformément aux principes exposés dans l'étude des amplificateurs.

Il faut signaler qu'en réalisant l'adaptation sur une large bande d'accord mécanique, on obtient *a fortiori* l'adaptation correcte sur n'importe quelle bande d'accord électronique prise à l'intérieur de la précédente.

Si l'on est appelé à modifier l'ordre de réflexion dans toute la bande d'accord mécanique, il est possible d'adopter un compromis qui conserve la puissance en réduisant la largeur de bande sur les ordres à tension réflecteur élevée et diminue la puissance tout en maintenant une grande largeur de bande sur les ordres à basse tension réflecteur; on est guidé dans le choix d'un tel compromis par l'examen des diagrammes de Rieke tracés autour de diverses fréquences d'oscillation du klystron.

6.5. Adaptation a large bande d'une chaîne d'amplificateurs pilotée par un auto-oscillateur modulé en fréquence. — Les adaptations entre étages sont réalisées conformément aux principes déjà exposés; le transformateur de sortie d'un étage peut être associé au transformateur d'entrée de l'étage suivant : on obtient ainsi des circuits nettement plus simples. La plus grande difficulté réside dans le couplage du pilote au préamplificateur; la solution courante consiste en l'introduction d'un atténuateur à résistance provoquant une chute de niveau de l'ordre de 10 db; le couplage direct semble *a priori* plus économique : il est difficile cependant de le réaliser à l'aide des transformateurs dérivant des filtres en échelle, car il subsiste toujours une composante réactive de l'impédance qui vient modifier les caractéristiques de modulation de l'auto-oscillateur et accroît très souvent la distorsion de l'enveloppe de modulation de fréquence; l'emploi d'un déphaseur sélectif en dépit de sa complexité semble particulièrement indiqué dans ce cas.

7. Conclusion.

Les avantages théoriques de l'adaptation idéale sur une large bande, appliquée aux amplificateurs hyperfréquence, sont si remarquables qu'il est intéressant d'incorporer dans les montages des transformateurs qui permettent de la réaliser pratiquement; bien que de tels éléments soient parfois d'une synthèse assez difficile — en particulier dans le cas des tubes à modulation de vitesse — les bénéfices que l'on peut tirer de l'opération relativement au rendement des tubes et à la réduction du nombre des étages sont suffisamment importants pour qu'on sacrifie la simplicité à l'économie.

BIBLIOGRAPHIE.

1. A. E. Harrison, *Klystron Tubes* (Mac Graw Hill, New-York), Chap. 4 : *Klystron amplifiers*, p. 44 et suiv.
2. G. L. Ragan, *Microwave transmission circuits* (Mac Graw Hill, New-York), vol. 9 de la collection du M. I. T., p. 318-336.
3. Brevet français n° 568.800 (inv. M. Denis), Déphaseur spécialement utilisable en hyperfréquences et ses applications.
4. Brevet français n° 556.177 (inv. M. Denis), Dispositif permettant d'améliorer les caractéristiques de modulation d'un auto-oscillateur modulé en fréquence.

LE DISCRIMINATEUR A LIGNES

PAR PH. MAGNE,

Département Recherches générales du Centre de Recherches techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *L'article comporte trois parties : dans la première est décrit le principe du discriminateur à lignes, dans la seconde, un calcul simple de la caractéristique de discrimination permet une estimation des distorsions, enfin, la troisième donne un exemple de réalisation pratique et des résultats expérimentaux.*

SUMMARY. — *This paper is divided into three sections : the first section describes the principle of operation of a line discriminator; the second gives a simple computation of the discriminator characteristics which allows the distortions to be evaluated; finally, in the third section, the system is examplified and practical results are given.*

Les transmissions hyperfréquences actuelles, en modulation de fréquence, exigent des organes de conversion fréquence-amplitude de grande linéarité dans une large bande de fréquence.

Dans les récepteurs, cette conversion s'opère en fréquence intermédiaire. Les discriminateurs classiques (à variation de phase ou à variation d'amplitude) ne possèdent pas une linéarité suffisante.

La fréquence intermédiaire de ces récepteurs se situe dans la gamme des ondes métriques, la technique des lignes est donc applicable.

Le discriminateur à lignes donne une excellente linéarité. Il a déjà été étudié aux États-Unis [1]. La présente note n'a pour but que de préciser quelques détails techniques et pratiques en vue d'une application concernant un câble hertzien transmettant un grand nombre de voies téléphoniques. Dans cette application, les excursions de fréquence sont grandes : ± 10 Mc : s par rapport à la porteuse.

Principe et calcul.

On compare, quand la fréquence varie au rythme de la modulation, les tensions détectées aux bornes de deux lignes coaxiales dont l'une a son extrémité ouverte et l'autre son extrémité fermée (*fig.* 1).

La différence de ces tensions représente la modulation de l'onde porteuse. Un calcul simple permet de déterminer la longueur des lignes la plus favorable ainsi que les caractéristiques de discrimination.

Dans tout ce qui suit, on supposera que les détecteurs ne perturbent pas le système, c'est-à-dire

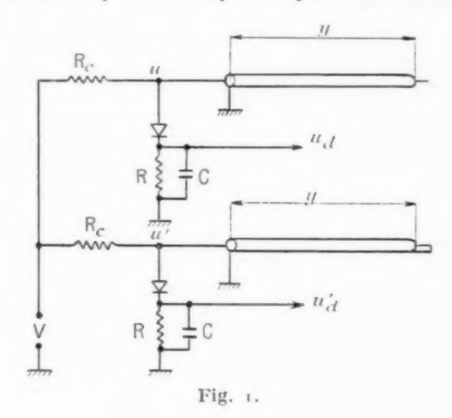


Fig. 1.

que l'impédance qu'ils présentent à la fréquence d'utilisation est grande devant l'impédance des lignes.

L'impédance d'entrée d'une ligne ouverte à son extrémité s'écrit

$$Z = -jR_c \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha y},$$

et celle d'une ligne fermée à son extrémité

$$Z = jR_c \operatorname{tg} \alpha y.$$

---

[1] *Electronics*, mai 1949.

avec les notations suivantes :

y, longueur de la ligne;
R_c, résistance caractéristique de la ligne;

$$\alpha = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi F \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon, \text{ constante diélectrique de la ligne;} \\ c, \text{ vitesse de la lumière;} \\ F, \text{ fréquence.} \end{array} \right.$$

Les tensions qui existent à l'entrée de chaque ligne sont

$$u = V \frac{-j\dfrac{R_c}{\operatorname{tg}\alpha y}}{R_c - j\dfrac{R_c}{\operatorname{tg}\alpha y}} \qquad \text{et} \qquad u' = V \frac{jR_c \operatorname{tg}\alpha y}{R_c + jR_c \operatorname{tg}\alpha y}.$$

Si la détection est quadratique (cas pratique le plus rencontré pour ce discriminateur), la tension détectée à l'entrée de chaque ligne est proportionnelle au carré de l'amplitude de la tension haute fréquence.

Par suite

$$u_d = K_0 V^2 \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha y} = K_0 V^2 \cos^2 \alpha y,$$

$$u'_d = K_0 V^2 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha y}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha y} = K_0 V^2 \sin^2 \alpha y.$$

La différence des deux tensions donne la caractéristique de discrimination

$$u_d - u'_d = K_0 V^2 (\cos^2 \alpha y - \sin^2 \alpha y) = K_0 V^2 \cos 2\alpha y.$$

Posons

$$u_d - u'_d = K_0 V^2 f(F),$$

avec

$$f(F) = \cos 2\alpha y.$$

Cette caractéristique n'est pas linéaire en fonction de la fréquence. Cependant pour de faibles variations de la fréquence et moyennant certaines restrictions, on peut assimiler la courbe à une droite.

En effet, l'onde étant modulée en fréquence, la fréquence instantanée peut s'écrire $F = F_0 + \Delta F$, ΔF étant l'excursion de fréquence instantanée au voisinage de la porteuse F_0.

En réalité ΔF est très petit (10 % de F_0), on peut donc écrire

$$f(F) = f(F_0 + \Delta F) = f(F_0) + \frac{\Delta F}{1!} f'_F(F_0) + \frac{\Delta F^2}{2!} f''_F(F_0) + \frac{\Delta F^3}{3!} f'''_F(F_0) + \ldots.$$

Cette expression donne la pente de conversion du discriminateur $f'_F(F_0)$ et permet de calculer la distorsion avec le coefficient de ΔF^2, ΔF^3, ...

En effet, ΔF_{max} étant l'excursion de fréquence maximum, si la modulation est sinusoïdale, on a

$$\Delta F = \Delta F_{max} \sin \Omega t$$

(Ω étant la pulsation de la modulation). Ainsi les harmoniques pairs de la modulation proviennent des termes en ΔF^2, ΔF^4, ΔF^6, ... et les harmoniques impairs des termes en ΔF^3, ΔF^5, ΔF^7, ...

Explicitons $f(F_0)$ ainsi que les dérivées successives de la fonction

$$\begin{aligned} f(F) = {} & \cos\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi F_0 y - \frac{\pi}{4}\right) \\ & - \frac{\Delta F}{1!} 2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi y \sin\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi F_0 y - \frac{\pi}{4}\right) \\ & - \frac{\Delta F^2}{2!}\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi y\right)^2 \cos\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi y F_0 - \frac{\pi}{4}\right) \\ & + \frac{\Delta F^3}{3!}\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi y\right)^3 \sin\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi F_0 y - \frac{\pi}{4}\right) + \ldots \end{aligned}$$

D'où la pente de conversion

$$p = 2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi y \sin\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi y F_0 - \frac{\pi}{4}\right).$$

La distorsion par harmonique 2 est proportionnelle à

$$\cos\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi y F_0 - \frac{\pi}{4}\right).$$

On constate que la pente de conversion est maximum quand les harmoniques pairs s'annulent. Le paramètre y (longueur de la ligne) permet de réaliser ces conditions quand on s'est fixé F_0, fréquence de la porteuse.

Calculons y et le taux d'harmoniques 3 introduit.

Le sinus est maximum quand son arc est de la forme $k\frac{\pi}{2}$, avec $k = 0, 1, 2, \ldots, n$.

Par suite en faisant

$$\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi y F_0 - \frac{\pi}{4} = k\frac{\pi}{2} \qquad \text{ou} \qquad y = \left(\frac{k}{4} + \frac{1}{8}\right)\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{1}{F_0}.$$

On voit que pour $k = 0$, $y = \frac{\lambda_l}{8}$ (λ_l longueur d'onde sur la ligne).

Évaluons l'amplitude du troisième harmonique. Nous avons

$$\Delta F^3 = \Delta F^3_{max} \sin^3 \Omega t = \Delta F^3_{max} \frac{1}{4}(3 \sin \Omega t - \sin 3\Omega t).$$

Le coefficient de ΔF^3 dans le développement est $\frac{1}{3!}\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} 2\pi y\right)^3$, le sinus est alors égal à l'unité d'après les restrictions posées.

Nous avons

$$\text{Amplitude du troisième harmonique} = \frac{1}{3!}\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c}2\pi y\right)^3 \Delta F^3_{max}\frac{1}{4}.$$

Sachant que l'amplitude du fondamental est $\Delta F_{max}\left(\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c}2\pi y\right)$, on en déduit

$$T_3 = \frac{\text{Amplitude du troisième harmonique}}{\text{Amplitude du fondamental}},$$

$$T_3 = \frac{1}{24}\left(2\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c}2\pi y\,\Delta F_{max}\right)^2 = \frac{1}{6}\left(\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c}2\pi y\,\Delta F_{max}\right)^2.$$

Remarque. — Les autres harmoniques sont à un niveau beaucoup plus faible; on les néglige donc devant l'amplitude du fondamental (ceci pour une valeur de k faible).

En remplaçant y par sa valeur, nous avons

$$T_3 = \frac{1}{6}\left[2\pi\frac{\Delta F_{max}}{F_0}\left(\frac{k}{4}+\frac{1}{8}\right)\right]^2.$$

De même en remplaçant y dans la valeur de la pente

$$p = 4\pi\left(\frac{k}{4}+\frac{1}{8}\right)\frac{1}{F_0}.$$

Ces formules montrent que le paramètre de réalisation est k qui peut prendre la suite des nombres 0, 1, 2, 3, ..., n, il fixera y, d'où la pente de conversion et le taux d'harmoniques 3.

La meilleure linéarité est atteinte pour un $\frac{\Delta F_{max}}{F_0}$ fixé lorsque $k = 0$; la pente est alors minimum.

Application numérique. — En supposant que

$$F_0 = 105\ \text{Mc : s}, \qquad k = 0,$$
$$\Delta F_{max} = 10\ \text{Mc : s}, \qquad \varepsilon = 2{,}6.$$

Nous avons

$$y = \frac{1}{8}\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}\frac{1}{F_0} = \frac{1}{8}\frac{3.10^{10}}{\sqrt{2{,}6}}\frac{1}{105.10^6} = 22\ \text{cm}.$$

$$T_3 = \frac{1}{6}\left(2\pi\frac{10}{10^2}\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{1\,000}.$$

Impédance d'entrée du discriminateur. — L'impédance de la branche ligne ouverte s'écrit

$$Z = R_c - j\frac{R_c}{\operatorname{tg}\alpha y},$$

d'où l'admittance

$$a = \frac{1}{R_c}\frac{1}{1-\dfrac{j}{\operatorname{tg}\alpha y}} = \frac{1}{R_c}\frac{\operatorname{tg}\alpha y}{\operatorname{tg}\alpha y - j}.$$

L'impédance de la branche ligne fermée s'écrit

$$Z' = R_c + jR_c\operatorname{tg}\alpha y.$$

D'où l'admittance

$$a' = \frac{1}{R_c}\frac{1}{1+j\operatorname{tg}\alpha y} = \frac{1}{R_c}\frac{-j}{\operatorname{tg}\alpha y - j}.$$

Nous en déduisons l'admittance de l'ensemble

$$\mathcal{A} = a + a' = \frac{1}{R_c}\frac{\operatorname{tg}\alpha y - j}{\operatorname{tg}\alpha y - j} = \frac{1}{R_c}.$$

D'où une impédance $Z = \frac{1}{\mathcal{A}} = R_c$ qui est une résistance pure indépendante de la fréquence.

Exemple de réalisation d'un discriminateur à lignes.

Nous allons décrire un ensemble discriminateur possédant les caractéristiques suivantes :

1° fréquence porteuse : 105 Mc : s, modulation de fréquence avec un $\Delta F_{max} = \pm 10$ Mc : s;

2° taux de distorsion harmonique de l'ordre de 0,1 %;

3° fréquences de modulations comprises entre 60 kc : s et 1 Mc : s.

Le discriminateur est aisément réalisable avec du câble coaxial souple d'impédance caractéristique 75 Ω, en donnant aux lignes la longueur déterminée par l'application numérique précédente, soit $y = 22$ cm.

Les détecteurs qui ont été utilisés pour obtenir les résultats que nous citerons plus loin sont des cristaux type 1 N 21 B.

Dans les schémas qui vont suivre, on remarquera que le discriminateur, d'ordinaire toujours placé immédiatement après le limiteur, est précédé de deux étages 6 AK 5 associés à des circuits accordés. Cette particularité est justifiée par le fait que les limiteurs sont des circuits saturés qui fournissent un niveau élevé d'harmoniques du signal limité, niveau qui, du reste, est variable au cours du cycle de modulation.

Ceci revient à dire, pour notre application que si la fréquence varie au rythme de la modulation depuis 95 Mc : s jusqu'à 115 Mc : s (± 10 Mc : s par rapport à 105 Mc : s) le limiteur donne également les fréquences comprises entre 190 Mc : s et 230 Mc : s, 285 et 345 Mc : s, etc., le rapport entre le niveau des courants à ces fréquences et le courant fondamental à 105 Mc : s étant variable pendant l'excursion de fréquence.

L'examen de la figure 2 qui représente la caractéristique de discrimination pour $y = 22$ cm montre

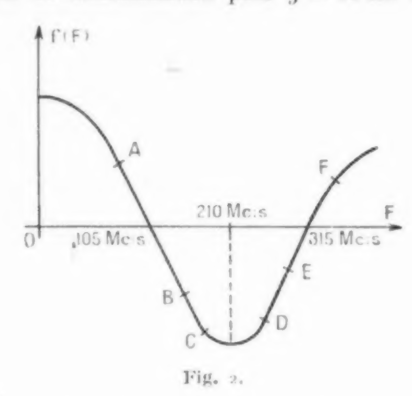


Fig. 2.

que l'injection simultanée de l'onde à 105 Mc : s modulée en fréquence depuis A jusqu'en B et de ses harmoniques 210 Mc : s (depuis C jusqu'en D), 315 Mc : s (depuis E jusqu'en F), etc., ne peut pas donner une discrimination linéaire à cause de l'influence des zones CD et EF.

Pour obtenir le résultat que l'on s'est fixé, il est nécessaire d'insérer entre le limiteur et le discriminateur un filtre d'harmoniques.

Réalisation du filtre d'harmoniques. — Les caractéristiques du filtre doivent être les suivantes :

1° La courbe de réponse amplitude-fréquence doit être parallèle à l'axe des fréquences dans toute la bande utilisée (± 10 Mc : s par rapport à 105 Mc : s) et ceci sans variation de niveau supérieure à $\frac{1}{1000}$ (condition 2° du paragraphe précédent) pour ne pas détruire l'effet de la limitation qui est de conserver un niveau M. F. rigoureusement constant depuis 95 Mc : s jusqu'à 115 Mc : s.

2° Affaiblir suffisamment les harmoniques 210 Mc : s, 315 Mc : s, etc., et ceci dans les bandes 190 Mc : s-230 Mc : s, 285 Mc : s-345 Mc : s.

3° Avoir un bon rendement, c'est-à-dire ne pas trop affaiblir le niveau du signal dans la bande utile.

4° Remplir la condition 3° sachant que l'impédance d'entrée du discriminateur est de 75 Ω puisque la résistance caractéristique du câble utilisé est de 75 Ω.

Le problème a été résolu en associant deux lampes 6 AK 5 avec des circuits à accord décalé suivant le schéma de la figure 3.

On remarque sur ce schéma que la deuxième 6AK5 débite sur le discriminateur par l'intermédiaire d'une ligne quart d'onde d'impédance caractéristique 175 Ω jouant le rôle d'un transformateur d'adaptation.

Cette ligne du type coaxial a été réalisée en enroulant le conducteur central en hélice, cette particularité permettant d'augmenter la self unitaire de la ligne et, par suite, son impédance caractéristique.

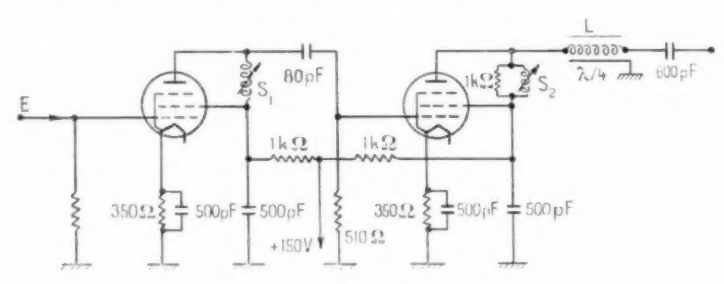


Fig. 3. — Montage à accord décalé.

E, tension à 105 Mc : s limitée avec harmonique; S_1, self accordée sur 90 Mc : s, bande passant à 3 db : 26 Mc : s; S_2, self accordée sur 125 Mc : s, bande passante à 3 db : 30 Mc : s; L, ligne quart d'onde à 125 Mc : s.

$R'_c = 175\,\Omega$.

L'impédance ramenée dans la plaque de

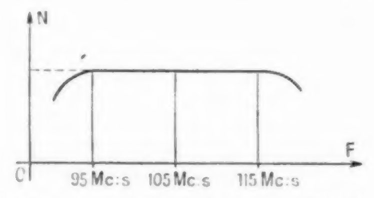


Fig. 4. — Courbes du niveau détecté à l'entrée du discriminateur (N).

la 6 AK 5 (II) est alors donnée par la formule

$$R_p = \frac{(175)^2}{75} = 400\ \Omega.$$

On obtient dans ces conditions la courbe de la figure 4 qui a été tracée en maintenant un niveau constant de 0,2 V sur la grille de la 6 AK 5 (I).

Résultats de mesure. — *Essais statiques.* — La courbe de la figure 5 a été obtenue en maintenant un niveau constant de 0,2 V sur la grille de la 6 AK 5 (I) et en mesurant les courants i_d et i'_d dans les résistances R et R' à l'aide de galvanomètres

Essais dynamiques. — On a envoyé sur le discriminateur une onde modulée en fréquence à 300 kc : s avec un $\Delta F_{max} = 5$ Mc : s provenant d'un amplificateur moyenne fréquence suivi d'un limiteur à cristaux germanium.

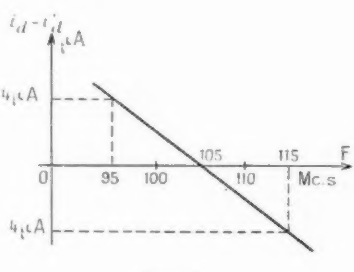


Fig. 5.

Les résultats sont les suivants :

Tension de sortie $V_k = 1$ mV$_{eff.}$.
Niveau de l'harmonique 2 de la modulation provenant de la limitation défectueuse : 0,2 %.
Niveau de l'harmonique 3 de la modulation provenant du discriminateur et des distorsions diverses de l'amplificateur M. F. : 0,1 %.

Comparaison des tensions. — Pour obtenir la modulation de l'onde porteuse il reste encore à comparer les tensions u_d et u'_d. La partie théorique de l'exposé nous a montré que cette modulation est la différence instantanée des tensions u_d et u'_d. Pour obtenir cette différence instantanée deux moyens peuvent être envisagés :

1° En faisant circuler, en sens inverse, dans la même résistance de charge, les courants détectés par les cristaux.

On obtient alors le schéma de la figure 6.

Cette méthode est défectueuse si l'on applique au discriminateur un niveau élevé de moyenne fréquence (de l'ordre du volt) en raison de l'effet

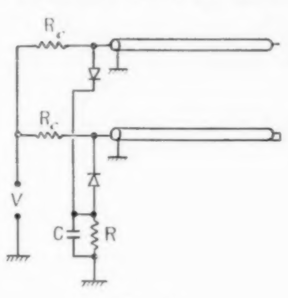


Fig. 6.

perturbateur amené par la résistance inverse des cristaux détecteurs.

2° En utilisant un amplificateur différentiel. Le schéma de la figure 7 montre un ensemble discriminateur comprenant ce type d'amplificateur. La double triode 6 J 6 à couplage cathodique donne à chaque instant une tension

$$V_k = \frac{V_g + V'_g}{2},$$

V_g et V'_g étant les tensions alternatives appliquées à chacune des grilles. Les deux cristaux sont montés

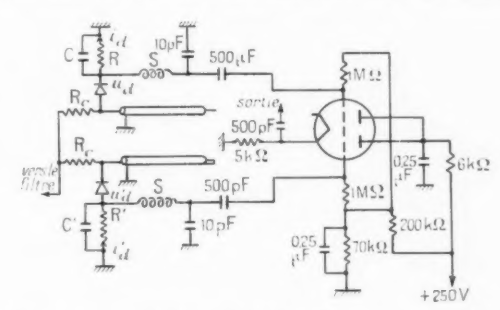


Fig. 7. — Discriminateur à amplificateur différentiel. S, selfs de choc; R, $R' = 3\,000\ \Omega$; C, $C' = 10$ pF.

de telle sorte que $V_g = u_d$ et que $V'_g = -u'_d$, on a donc bien

$$V_k = \frac{u_d - u'_d}{2},$$

la tension alternative recueillie sur la cathode représente la modulation cherchée.

LES GUIDES A FENTES ET LEURS APPLICATIONS AUX AÉRIENS

PAR J. ORTUSI ET G. BOISSINOT,

Département Recherches générales du Centre de Recherches
de la Compagnie générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Dans cet article, les auteurs exposent la théorie des guides à fentes à partir de la notion élémentaire des coefficients de réflexion et de transmission d'une fente. Après l'étude d'une seule fente, percée d'abord dans un plan conducteur indéfini, puis dans les parois d'un guide d'ondes, ils établissent les formules générales du rayonnement d'un guide comportant n fentes égales et équidistantes. Ces formules sont établies à partir de la considération des ondes élémentaires existant entre chaque fente. Elles sont appliquées à deux types de guide, l'un donnant un rayonnement d'amplitude constante, l'autre d'amplitude décroissant exponentiellement.*

On en déduit les données théoriques fixant leurs conditions d'utilisation ainsi que leurs bandes passantes de fonctionnement. L'étude expérimentale, justifiant cette théorie, ainsi que les applications auxquelles elle a conduit, feront l'objet d'une seconde Partie qui sera publiée dans le numéro suivant de cette Revue.

SUMMARY. — *This paper is devoted to the theory of slotted wave-guides as based on the elementary concept of the reflection and transmission coefficient of a slot. The authors firstly consider the case of a single slot cut through an infinite conducting plane, then through a waveguide wall; the general formulae of the radiation from a waveguide fitted with n equal and equidistant slots are derived. These relations are based upon the consideration of elementary waves existing between each slot, and are applied to two types of waveguide : with constant amplitude and with exponentially decreasing amplitude radiations. Theoretical data are then deduced that determine the conditions of use as well as the operating bandwidths. The second Part deals with the experimental investigation substantiating the theory laid down here together with the possible applications, and will be published in the next issue of the review.*

Introduction.

On sait que certains aériens pour ondes centimétriques ont été étudiés en vue de fournir un faisceau dont la directivité dans deux plans perpendiculaires est très différente. Un moyen simple de satisfaire à cette exigence consiste à utiliser une source linéaire de rayonnement. Celle-ci peut d'abord servir à exciter un réflecteur cylindrique dont les dimensions fixent les caractéristiques du faisceau. En utilisant plusieurs sources linéaires identiques, on peut aussi réaliser une surface rayonnante jouant le même rôle que le plan d'ouverture du réflecteur précédent.

Une telle source linéaire peut être obtenue à partir d'une ligne coaxiale ou d'un guide d'ondes proprement dit, sur les parois desquelles ont été percées des ouvertures rayonnantes appelées fentes. La théorie et les résultats que nous allons développer s'appliquent aussi bien aux guides à fentes qu'aux lignes coaxiales. Toutefois, dans le cas de ces dernières où se propage une onde principale, il n'existe qu'un seul type de fentes (fentes en série) comme nous verrons plus loin.

Cet exposé comporte deux parties distinctes : dans une première Partie (publiée dans le présent numéro) nous développerons les considérations théoriques qui permettent de prévoir et de calculer le rayonnement des fentes ainsi que leur réaction sur l'émetteur. Dans une seconde Partie, nous indiquerons les moyens de mesure qui ont été mis en œuvre pour vérifier expérimentalement ces théories ainsi que les applications aux antennes des guides à fentes, qui ont été particulièrement développées à la Compagnie générale de T. S. F.

ÉTUDE D'UNE FENTE PERCÉE DANS UNE PAROI CONDUCTRICE.

1. Fente dans une paroi quelconque.

Considérons (*fig.* 1) une paroi métallique parcourue par un courant de haute fréquence de composantes I_T et I_N et supposons que l'on ait tracé dans cette paroi une fente étroite ABCD de largeur d et de longueur l.

Au niveau de la fente, le courant I_N se divise en deux parts égales $\pm i$ et se prolonge à travers la fente par un courant de déplacement donnant naissance à un champ électrique **e**. Lorsque le rapport $\frac{d}{\lambda}$ est petit, l'action du courant I_T est négligeable et, par suite, l'amplitude du champ électromagnétique rayonné par la fente est proportionne au courant I_N. Par application du théorème de Babinet, on démontre que la valeur et la répartition du courant i le long de la fente est la même que celle de la tension dans un doublet électrique de largeur d et de longueur l. En particulier, lorsque la longueur l prend une valeur convenable (voisine de $\frac{\lambda}{2}$ mais dépendant légèrement de l'épaisseur d), le courant **i** présente une répartition sinusoïdale avec une valeur nulle au centre; le champ **e** est sinusoïdal avec une valeur maximum au centre. Les amplitudes de ces deux grandeurs sont alors maxima. De plus, le courant **i** et le champ **e** sont en phase avec le courant I_N. On dit que la fente se trouve être

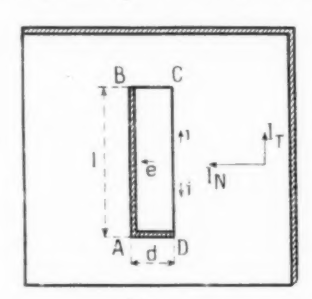


Fig. 1.

à la résonance. C'est pratiquement le seul cas de fentes que nous aurons à considérer. La valeur maximum du champ **e** est alors donnée par la formule

$$(1)\qquad \mathbf{e}_m = K I_N.$$

K est un facteur de proportionnalité réel.

Le champ électrique de l'onde rayonnée par la fente, a une direction de polarisation fournie par le vecteur **e**. En particulier, dans les fentes résonnantes, le champ électrique rayonné dans une direction perpendiculaire au plan de la fente est parallèle à **e**. On retrouve ce résultat en considérant le courant i sur la figure 2. Les courants de conduction sur AB et CD donnent un champ rayonné nul. Seuls les courants le long de BC et AD rayonnent un champ

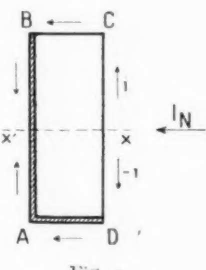


Fig. 2.

donné par la somme des champs rayonnés par les doublets parallèles CB et DA. Lorsque le courant I_N n'est pas constant le long de AB, le rayonnement des courants i le long de AB et CD est encore nul dans le cas des fentes résonnantes, puisque ceux-ci sont réductibles aux courants d'une suite d'éléments d'une ligne bifilaire. Par contre, les courants le long de BC et AD ne sont plus égaux et, par suite, le rayonnement total est diminué. En particulier, lorsque le courant I_N présente une symétrie impaire autour de l'axe xx' de la fente, ces courants sont égaux en module et de phase opposée. Le rayonnement total de la fente est alors nul. On voit ainsi que le courant I_N normal à la fente caractérise essentiellement le rayonnement de celle-ci à la fois par son amplitude et par sa structure.

2. Fente dans un guide rectangulaire.

Considérons maintenant le cas d'un guide rectangulaire parcouru par l'onde H_{01} à l'intérieur duquel circulent des courants transversaux et longitudinaux. On sait que les courants transversaux sont en phase avec le champ H_z et les courants longitudinaux en phase avec le champ H_T.

L'onde H_{01} d'un guide rectangulaire de côtés a et b, est en effet caractérisée par deux vecteurs **E** et **H** dont les composantes sont données en unités de Gauss par les relations

$$E_x = E_0 \cos\frac{\pi x}{a}\, e^{i(\omega t - k_z z)},$$

$$H_x = \frac{k_z}{k} E_0 \cos\frac{\pi x}{a}\, e^{i(\omega t - k_z z)},$$

$$H_z = \frac{i}{k}\frac{\pi}{a} E_0 \sin\frac{\pi x}{a}\, e^{i(\omega t - k_z z)},$$

avec

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \qquad k_z^2 = k^2 - \frac{\pi^2}{a^2}.$$

Les parois étant considérées comme infiniment

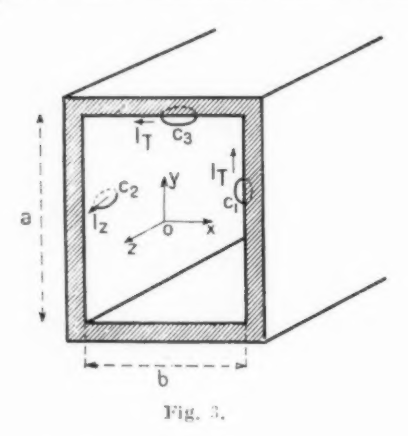


Fig. 3.

conductrices, les courants ont comme seule origine, le champ magnétique non nul sur les parois. L'application du théorème d'Ampère à des contours infiniment petits situés dans des plans parallèles aux faces du trièdre de référence, nous donne :

a. sur les grands côtés du guide :

contour C_1 :

$$I_T = \frac{1}{4\pi} H_z = A \sin\frac{\pi x}{a} e^{i(\omega t - k_z z)};$$

contour C_2 :

$$I_z = \frac{1}{4\pi} H_x = B \cos\frac{\pi x}{a} e^{i(\omega t - k_z z)};$$

b. sur les petits côtés du guide :

contour C_3 :

$$I_T = \frac{1}{4\pi} H_z = A\, e^{i(\omega t - k_z z)};$$

A et B sont des constantes complexes.

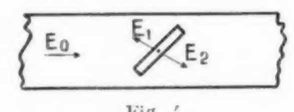


Fig. 4.

Supposons qu'une fente existe sur la paroi du guide; cette fente rayonne une certaine fraction d'énergie. Si le guide est terminé des deux côtés par son impédance caractéristique, l'onde rayonnée à l'intérieur du guide vers la source constitue l'onde réfléchie; de plus, la superposition de l'onde incidente et de l'onde rayonnée vers l'embouchure du guide constitue l'onde transmise. En désignant par I_T et par I_Z les courants tranversaux et longitudinaux, et par α l'angle que fait la direction de la fente avec celle des courants transversaux, on voit que les champs rayonnés par la fente à l'intérieur du guide, se mettent sous la forme

$$E_1 = K_1 \sin\alpha I_T - K_1 \cos\alpha I_z,$$
$$E_2 = K_1 \sin\alpha I_T + K_1 \cos\alpha I_z.$$

Le coefficient K_1 dépend ici des dimensions du guide et de la longueur d'onde. Le coefficient de réflexion r de la fente dans le guide est le rapport des amplitudes complexes de la composante du type H_{01} de l'onde réfléchie à celle de l'onde incidente. On définit de même le coefficient de transmission t.

En désignant respectivement par E'_1 et par E'_2 les composantes maxima du type H_{01} des champs E_1 et E_2 obtenues par décomposition de ceux-ci en série de Fourier (les autres composantes représentant des ondes évanescentes), on aura

$$r = \frac{E'_1}{E_0}, \qquad t = 1 + \frac{E'_2}{E_0}.$$

Nous considérerons ces coefficients comme caractéristiques d'une fente.

Dans le cas où la fente est uniquement excitée par le courant I_T, on a $\cos\alpha I_z = 0$ et par suite $t = 1 + r$.

La fente est assimilable à une impédance placée en dérivation dans le guide.

Dans le cas où la fente est uniquement excitée par le courant I_z on a

$$\sin\alpha I_T = 0$$

et par suite

$$t = 1 - r.$$

La fente est assimilable à une impédance placée en série dans le guide.

C'est, en particulier, le cas d'une fente percée sur la paroi d'une ligne propageant une onde principale, car alors le courant I_T est identiquement nul.

Dans le cas où la fente est à la résonance, on voit que les coefficients r et t sont des nombres réels. Leur module est inférieur à l'unité.

Les deux relations $t = 1 + r$ et $t = 1 - r$ montrent que le nombre t est toujours positif et que le nombre r est négatif dans le cas des obstacles en dérivation et positif dans le cas des obstacles en série. La fraction d'énergie W rayonnée par une fente est égale à $2|r|$ au premier ordre près. En effet, on a, par application du théorème de conservation de l'énergie, $W = 1 - |t|^2 - |r|^2$ et la relation $|t| = 1 - |r|$ carac-

térisant à la fois les fentes résonnantes, en série ou en dérivation, on en déduit

$$W = 2r - 2r^2, \quad \text{soit sensiblement} \quad W \simeq 2r.$$

3. **Description de quelques types de fentes.**

a. Fentes en dérivation. — Ce sont des fentes situées sur le petit côté du guide où seul, existe le courant I_T, ou des fentes situées sur le grand côté parallèlement à l'axe Oz et normales au courant I_T.

La figure 5 montre la disposition d'une fente

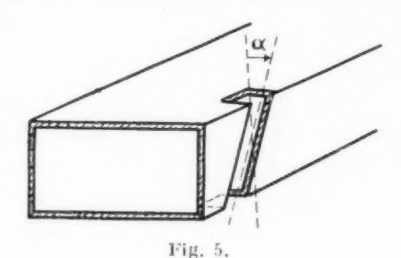


Fig. 5.

située sur le petit côté du guide. Pour obtenir la résonance, il est nécessaire de donner à la longueur totale de la fente une valeur voisine de $\frac{\lambda}{2}$, donc notablement supérieure au petit côté du guide.

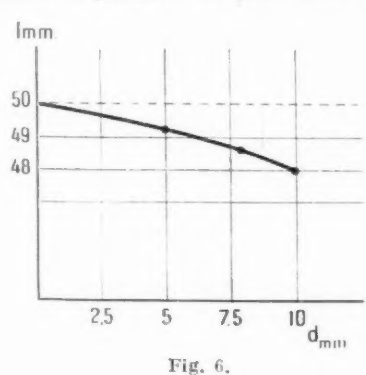


Fig. 6.

On prolonge alors, en général, la fente par deux portions situées sur les grands côtés du guide. Dans cette zone, le courant I_z est très petit et, par suite, la fente est toujours assimilable à une impédance placée en dérivation. Dans le cas de la résonance, cette dernière est une résistance pure et les coefficients r et l sont aussi réels. On modifie les coefficients caractéristiques de la fente en faisant varier l'angle α du courant I_T avec la direction de la fente. En outre, pour que ceux-ci varient relativement peu avec la fréquence, il est nécessaire de donner à l'épaisseur d une valeur notable.

Par exemple, sur une longueur d'onde de 10 cm, les fentes rayonnantes ont une largeur de 1 cm. Leur longueur est approximativement de 5 cm.

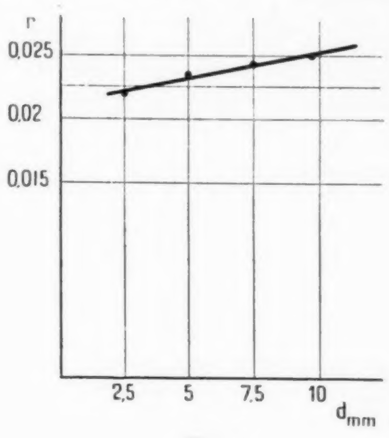


Fig. 7.

La courbe de la figure 6 montre la variation de la longueur l en fonction de la largeur d de façon à maintenir les fentes à la résonance.

La courbe de la figure 7 montre, dans les mêmes conditions, la variation du coefficient r réel pour des fentes résonnantes d'inclinaison $\alpha = 10°$. Ce coefficient est, par ailleurs, proportionnel à l'expression $\sin^2 \alpha$; en effet, l'énergie rayonnée W, égale à $2r$, est proportionnelle au carré de I_x, c'est-à-dire à $\sin^2 \alpha$.

Lorsque la largeur d est supérieure à 1 cm, la variation des coefficients r et l en fonction de la fréquence est négligeable en pratique, dans les conditions habituelles d'emploi des guides à fentes.

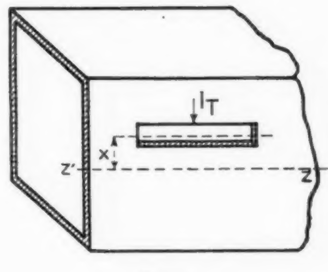


Fig. 8.

La figure 8 montre le deuxième type de fente en dérivation.

Le courant I_z parallèle à la fente n'intervient pas. Seule la valeur de I_T à la hauteur de la fente donne naissance à un champ rayonné. L'amplitude de ce

champ rayonné est donc proportionnelle à l'expression $\sin \frac{\pi x}{a}$.

La longueur de la fente résonnante est encore ici, donnée par la courbe de la figure 6, en fonction de l'épaisseur *d*. La modification des caractéristiques de la fente se fait en faisant varier la distance x du centre de la fente au milieu de la paroi du guide.

b. Fentes en série. — Elles sont, obligatoirement, situées sur le grand côté du guide, puisqu'elles ne doivent être excitées que par le courant I_z.

Un premier type de ce genre est constitué par une fente perpendiculaire à l'axe du guide, dont le centre est à la distance y de l'axe de la paroi (*fig.* 9).

On est dans le cas où le courant I_x n'est pas constant le long de la face AB de la fente. En désignant par I_1 et I_2 les intégrales correspondantes aux flux du courant sur la partie OB et OA de la

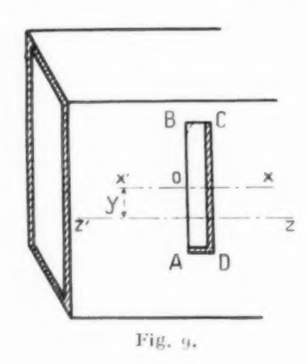


Fig. 9.

fente, le champ rayonné dans l'axe de la fente est proportionnel à $I_1 + I_2$.

On peut calculer facilement I_1 et I_2.

On a

$$I_1 = I_0 \int_{y}^{y+\frac{l}{2}} \cos \frac{\pi y}{a}\, dy,$$

$$I_2 = I_0 \int_{y-\frac{l}{2}}^{y} \cos \frac{\pi y}{a}\, dy,$$

d'où

$$I_1 + I_2 = 2 I_0 \cos \frac{\pi y}{a} \sin \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{2a},$$

I_0 désignant une constante.

Le champ rayonné est maximum pour $y = 0$ et l'on fait varier son amplitude en modifiant la valeur de y.

Un deuxième type est constitué par une fente dont le centre est situé sur l'axe de la paroi, et dont la direction fait un angle α avec la direction du courant I_z (*fig.* 10). L'influence du courant I_x est nulle, puisque la composante normale de ce courant présente une symétrie impaire par rapport à l'axe xx'.

La composante normale du courant I_z présente une symétrie paire, par rapport à cet axe. L'amplitude du champ rayonné est proportionnelle à l'expression $\sin \alpha$.

On modifie encore ici les caractéristiques de l'obstacle en faisant varier l'angle α.

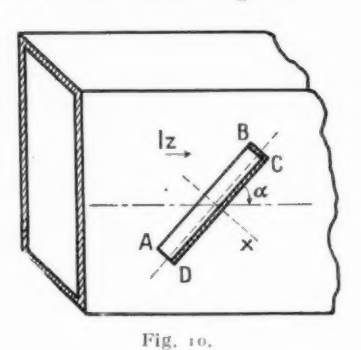


Fig. 10.

ÉTUDE DE LA PROPAGATION DANS UN GUIDE PERCÉ DE *n* FENTES IDENTIQUES ET ÉQUIDISTANTES.

1. Formules générales.

On se limitera dans cette étude au cas des fentes résonnantes caractérisées par un coefficient de réflexion r et par un coefficient de transmission t réels.

Considérons un guide dans lequel sont situées n fentes identiques et équidistantes.

Désignons par O_1, O_2, ..., O_n les plans de référence de chaque fente et par $\mathbf{U}_p$ et $\mathbf{V}_p$ les amplitudes complexes des ondes progressives élémentaires existant entre les plans O_{p-1} et O_p le plan de référence des ondes $\mathbf{U}_p$ et $\mathbf{V}_p$ étant le plan intermédiaire O_p :

O_1	O_2	O_3	O_n	O_{n+1}
$\mathbf{U}_1$ →	$\mathbf{U}_2$ →	$\mathbf{U}_3$ →	$\mathbf{U}_n$ →	$\mathbf{U}_{n+1}$ →
$\mathbf{V}_1$ ←	$\mathbf{V}_2$ ←	$\mathbf{V}_3$ ←	$\mathbf{V}_n$ ←	$\mathbf{V}_{n+1}$ ←

Fig. 11.

Posons $q = e^{j\theta}$, θ étant l'angle électrique correspondant à la distance séparant deux plans consécutifs. L'onde $\mathbf{U}_1$ représente l'onde incidente, $\mathbf{V}_1$ représente l'onde réfléchie par le guide.

L'onde $\mathbf{U}_{n+1}$ représente l'onde transmise après les n fentes.

L'onde $\mathbf{V}_{n+1}$ représente l'onde réfléchie par l'obstacle terminant le guide. Les ondes $\mathbf{U}_{n+1}$ et $\mathbf{V}_{n+1}$ sont, par raison d'analogie, comptées à partir d'un plan de référence fictif O_{n+1}, situé à une distance du plan de la dernière fente O_n correspondant à l'angle θ.

Le rapport $\frac{\mathbf{V}_{n+1}}{\mathbf{U}_{n+1}}$ représente le coefficient de réflexion de l'obstacle terminal du guide. Il est nul, en particulier, lorsque ce dernier est terminé par son impédance caractéristique.

Le rapport $\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{U}_1}$ représente le coefficient de réflexion R du guide.

Le rapport $\frac{\mathbf{U}_{n+1}}{\mathbf{U}_1}$ représente le coefficient de transmission T après les n fentes.

Les deux équations de définition des ondes au niveau du plan O_p sont

$$(2)\qquad \begin{cases} \mathbf{V}_p = r\mathbf{U}_p + qt\mathbf{V}_{p+1}, \\ \mathbf{U}_{p+1}q^{-1} = t\mathbf{U}_p + qr\mathbf{V}_{p+1}. \end{cases}$$

On voit que ces deux équations ne suffisent pas pour former une équation de récurrence.

Il est nécessaire d'écrire les équations (2) au niveau du plan O_{p-1}.

On a ainsi

$$(3)\qquad \begin{cases} \mathbf{V}_{p-1} = r\mathbf{U}_{p-1} + qt\mathbf{V}_p, \\ \mathbf{U}_p q^{-1} = t\mathbf{U}_{p-1} + qr\mathbf{V}_p. \end{cases}$$

En éliminant successivement les $\mathbf{V}$ et les $\mathbf{U}$, on trouve les deux relations de récurrence identiques

$$\mathbf{U}_{p-1} + \mathbf{U}_{p+1} = \left(qt + \frac{1}{qt} - \frac{qr^2}{t}\right)\mathbf{U}_p,$$

$$\mathbf{V}_{p-1} + \mathbf{V}_{p+1} = \left(qt + \frac{1}{qt} - \frac{qr^2}{t}\right)\mathbf{V}_p.$$

Posons maintenant

$$(4)\qquad x = qt + \frac{1}{qt} - \frac{qr^2}{t},$$

la relation de récurrence commune est de la forme

$$(5)\qquad \mathbf{U}_{p-1} + \mathbf{U}_{p+1} = x\mathbf{U}_p.$$

Introduisons pour calculer les amplitudes $\mathbf{U}_p$ et $\mathbf{V}_p$ les polynômes électrosphériques utilisés par Mauguin [1] et par Parodi [2] dans des problèmes analogues.

Par définition, le polynôme électrosphérique d'ordre n est un polynôme de degré $n-1$ satisfaisant à la relation de récurrence

$$P_{n-1}(x) + P_{n+1}(x) = xP_n$$

et aux deux conditions aux limites

$$P_0 = 0, \qquad P_1 = 1.$$

On voit que la relation de récurrence permet de calculer P_n de proche en proche. On a par exemple

$$P_0 = 0, \qquad P_1 = 1, \qquad P_2 = x,$$
$$P_3 = x^2 - 1, \qquad P_4 = x^3 - 2x, \qquad \ldots.$$

Si l'on pose $x = 2\cos\psi$, il est facile de voir, de proche en proche à partir de l'équation de récurrence, que l'on a

$$(6)\qquad P_n(x) = \frac{\sin n\psi}{\sin\psi}.$$

Dans ces formules, la variable x peut être imaginaire. De plus, on peut voir que l'on a

$$P_{-n}(x) = -P_n(x).$$

Nous aurons maintenant besoin d'introduire les rapports

$$U_p = \frac{\mathbf{U}_{n+1-p}}{\mathbf{U}_n}, \qquad V_p = \frac{\mathbf{V}_{n+1-p}}{\mathbf{V}_n}.$$

Les U_p et V_p satisfont aussi à l'équation de récurrence.

La condition aux limites $U_1 = V_1 = 1$ est toujours observée. La condition aux limites pour $p = n$ donne

$$U_n = \frac{\mathbf{U}_{n+1}}{\mathbf{U}_n} \quad \text{et} \quad V_n = \frac{\mathbf{V}_{n+1}}{\mathbf{V}_n}.$$

Ces valeurs sont imposées par la terminaison du guide. En général, elles sont différentes de zéro; par suite, les U_p et V_p ne sont pas directement des polynômes électrosphériques.

Pour les calculer, posons par exemple

$$U_p = \alpha P_p + \beta P_{p-1}.$$

Les deux conditions aux limites deviennent alors

$$U_1 = 1 = \alpha,$$

$$U_n = \frac{\mathbf{U}_{n+1}}{\mathbf{U}_n} = -\beta.$$

On obtient donc

$$U_p = P_p - \frac{\mathbf{U}_{n+1}}{\mathbf{U}_n}P_{p-1},$$

$$V_p = P_p - \frac{\mathbf{V}_{n+1}}{\mathbf{V}_n}P_{p-1}.$$

Le coefficient de réflexion R égal à $\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{U}_1}$, devient ici, avec $p = n$

$$(7)\qquad R = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{U}_1} = \frac{\mathbf{V}_n V_n}{\mathbf{U}_n U_n} = \frac{\mathbf{V}_n P_n - \mathbf{V}_{n+1}P_{n-1}}{\mathbf{U}_n P_n - \mathbf{U}_{n+1}P_{n-1}}.$$

Le coefficient de transmission T, après les n fentes, égal à $q^{n}\frac{\mathbf{U}_{n+1}}{\mathbf{U}_1}$, devient ici, avec $p = n$

$$(8) \quad q^{-n} T = \frac{\mathbf{U}_{n+1}}{\mathbf{U}_1} = \frac{\mathbf{U}_n U_0}{\mathbf{U}_n U_n} = \frac{\mathbf{U}_{n+1}}{\mathbf{U}_n P_n - \mathbf{U}_{n+1} P_{n-1}}.$$

Les valeurs $\mathbf{U}_n$, $\mathbf{V}_n$, $\mathbf{U}_{n+1}$, $\mathbf{V}_{n+1}$ sont obtenues à partir des équations (2) appliquées au plan O_n et à partir de la donnée du coefficient de réflexion r_0 de l'obstacle terminal compté au niveau du plan O_{n+1}. On a les trois relations

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{V}_n = r\mathbf{U}_n + qt\mathbf{V}_{n+1}, \\ q^{-1}\mathbf{U}_{n+1} = t\mathbf{U}_n + qr\mathbf{V}_{n+1}, \\ \mathbf{V}_{n+1} = r_0\mathbf{U}_{n+1}. \end{array} \right.$$

D'où les expressions de R et de T

$$(10) \quad R = \frac{[rq^{-1} - qr_0(r^2 - t^2)]P_n - r_0 t P_{n-1}}{(q^{-1} - qrr_0)P_n - tP_{n-1}},$$

$$(11) \quad q^{-n} T = \frac{t}{(q^{-1} - qrr_0)P_n - tP_{n-1}}.$$

Ces formules servent de base pour l'étude des guides à fentes.

2. Étude des guides à fentes distantes d'une demi-longueur d'onde.

Nous allons d'abord les appliquer dans le cas où la distance entre deux fentes est égale à $\frac{\lambda_g}{2}$, au centre de la bande passante d'utilisation.

On posera donc $\theta = \pi + d\theta$, d'où, par suite,

$$(12) \quad q = -1 - i\,d\theta,$$

avec

$$(13) \quad d\theta = \pi\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^2 \frac{df}{f_0}.$$

Dans cette formule, λ est la longueur d'onde dans l'espace indéfini, λ_g la longueur d'onde dans le guide, f_0 la fréquence centrale et df l'écart à partir de celle-ci.

On a vu, plus haut, que les coefficients caractéristiques de la fente r et t étaient sensiblement indépendants de la fréquence dans la zone d'utilisation. Nous allons appliquer les formules (10) et (11) aux deux cas d'un guide terminé par son impédance caractéristique, puis par un plan conducteur.

1. Guide terminé par son impédance caractéristique. — On a, dans ce cas,

$$r_0 = 0.$$

Pour la fréquence centrale f_0 on a aussi

$$q = -1.$$

Le calcul de x à partir de (4) donne

$$x = \frac{r^2 - t^2 - 1}{t}.$$

Dans le cas des fentes en série ou en dérivation caractérisées, soit par la formule $t = 1 - r$, soit par la formule $t = 1 + r$, on trouve de suite

$$x = -2.$$

D'où la valeur de ψ définie par $x = 2\cos\psi$:

$$\psi = \pi.$$

La formule (6) donne

$$P_n(x) = (-1)^{n-1} n.$$

Les formules (10) et (11) deviennent

$$R = \frac{rn}{n - t(n-1)},$$

$$T = \frac{t}{n - t(n-1)}.$$

L'énergie totale relative rayonnée par les n fentes est donnée par

$$(14) \quad W = 1 - |R|^2 - |T|^2.$$

Dans le cas des fentes résonnantes r et t sont réels et l'on a

$$W = 1 - \frac{r^2 n^2}{[n - t(n-1)]^2} - \frac{t^2}{[n - t(n-1)]^2}.$$

En remplaçant r^2 par la valeur $(1 - t)^2$ (valable à la fois pour les fentes série et dérivation) on trouve

$$W = \frac{2nt(1-t)}{[n - t(n-1)]^2}.$$

On voit que la puissance rayonnée est nulle lorsque $n = 0$, ce qui est évident, mais aussi lorsque n augmente indéfiniment, ceci étant dû au fait que $|R|$ tend vers 1.

Le maximum d'énergie rayonnée lorsque n varie, s'obtient en calculant la dérivée de W par rapport à n.

On trouve que le maximum de W est égal à $\frac{1}{2}$. Il est obtenu pour la valeur.

$$(15) \quad n = \frac{t}{1-t} \quad \text{ou} \quad t = \frac{n}{n+1}.$$

Pour cette valeur de n, on a aussi

$$R = T = \frac{1}{2}.$$

Ainsi donc, on voit que ces guides à fentes terminés par l'impédance caractéristique rayonnent au

maximum sans être corrigés, la moitié de l'énergie incidente. Il y a là un grave inconvénient à leur emploi.

Pour annuler le coefficient R, on peut songer à utiliser un correcteur passif placé, soit avant, soit après les fentes.

Le problème de la correction d'un obstacle actif par un correcteur passif a été traité dans un article précédent [3].

Rappelons ici le résultat :

a. Lorsque le correcteur passif précède les fentes, les ondes stationnaires peuvent toujours être annulées. Le module, cos u, du coefficient de réflexion de ce dernier est égal à $|R|$, en l'occurence, $\frac{1}{2}$. Le maximum d'énergie rayonnée devient alors

$$W' = \frac{W}{\sin^2 u},$$

en l'occurence

$$W' = \frac{2}{3}.$$

Le coefficient de transmission $|T|$ devient alors

$$|T'| = \frac{|T|}{\sin u} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

La bande passante est diminuée par le correcteur. De plus, l'énergie dissipée dans la terminaison du guide est augmentée par la correction puisqu'elle est égale au tiers de l'énergie incidente alors que, précédemment, elle n'en était que le quart.

b. Lorsque le correcteur passif est placé entre les fentes et la terminaison du guide, on sait que les fentes ne peuvent être corrigées que si l'énergie rayonnée W est inférieure à l'énergie transmise $|T|^2$. La meilleure correction est obtenue alors en disposant un obstacle passif parfaitement réfléchissant. Ce correcteur est alors identique à un plan conducteur, cas que nous allons maintenant étudier.

2. GUIDE TERMINÉ PAR UN PLAN CONDUCTEUR. — Le coefficient r_0 est un nombre de module unité. De même que dans le cas précédent, on a

$$x = -2,$$
$$P_n(x) = (-1)^{n-1} n.$$

Dans le cas des obstacles en série ou en dérivation, le numérateur de R dans la formule (10) devient

$$|r - r_0(1 - 2t)| n - r_0 t(n - 1).$$

Ce numérateur s'annule pour les valeurs de r_0 données par la formule

$$r_0 = \frac{-rn}{(n+1)t - n}. \tag{16}$$

Le deuxième membre de cette formule étant réel dans le cas des fentes résonnantes, on voit que r_0 ne peut prendre que les valeurs $+1$ ou -1.

a. Cas des fentes en dérivation. — La solution $r_0 = -1$ donne par application de la formule (16) $t = 0$.

Dans ce cas, le numérateur et le dénominateur de R sont nuls.

En réalité R tend alors vers la valeur -1.

Seule la solution $r_0 = +1$ (plan conducteur à $\frac{\lambda_g}{4}$ de la dernière fente) est à considérer.

La formule (16) donne la relation

$$n = \frac{t}{2(1-t)} \quad \text{ou} \quad t = \frac{2n}{2n+1}. \tag{17}$$

b. Cas des fentes en série. — Ce cas est identique au cas précédent en changeant r en $-r$. On voit donc que la valeur $r_0 = +1$ fournit pour R une forme indéterminée dont la valeur limite est $= 1$. Seule la solution $r_0 = -1$ (plan conducteur à $\frac{\lambda_g}{2}$ de la dernière fente) est à considérer.

La formule (16) donne évidemment la même relation (17).

Si l'on compare les relations (15) et (17), on constate que le coefficient t dans les formules (17) correspond au coefficient t des formules (15), mais avec un guide comprenant $2n$ fentes. Cela tient à ce que le second cas peut se ramener au premier par le principe des images électriques. Toutefois, avec un plan conducteur, l'énergie incidente est totalement rayonnée et le coefficient de réflexion R est nul.

3. RÉPARTITION DU RAYONNEMENT POUR CHAQUE FENTE. — Si nous considérons d'abord le cas d'une fente en dérivation, le champ rayonné est proportionnel au courant I_T, lui-même donné par la somme

$$\mathbf{A}_p = \mathbf{U}_{n+1-p} + \mathbf{V}_{n+1-p}.$$

On a vu précédemment que l'on a les relations

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{n+1-p} = \mathbf{U}_n P_p - \mathbf{U}_{n+1} P_{p-1}, \\ \mathbf{V}_{n+1-p} = \mathbf{V}_n P_p - \mathbf{V}_{n+1} P_{p-1}. \end{cases} \tag{18}$$

La considération du champ devant la dernière fente donne la relation

$$\mathbf{U}_n + \mathbf{V}_n = q^{-1}\mathbf{U}_{n+1} + q\mathbf{V}_{n+1}.$$

On a donc

$$\mathbf{A}_p = (-1)^p (1 + r_0)\mathbf{U}_{n+1}.$$

Dans le cas des fentes en série, le champ rayonné

est proportionnel au courant I_z, lui-même donné par la différence

$$\mathbf{B}_p = \mathbf{U}_{n+1-p} - \mathbf{V}_{n+1-p}.$$

On obtient

$$\mathbf{B}_p = (-1)^p (1 - r_0) \mathbf{U}_{n+1}.$$

On voit ainsi que le rayonnement de toutes les fentes, dans les deux cas, est constant en amplitude, quel que soit le rang de la fente, et de signe opposé alternativement.

Considérons le cas où toute l'énergie est rayonnée, c'est-à-dire lorsque la condition (17) est réalisée; on a $r_0 = +1$ pour les fentes en dérivation, et $r_0 = -1$ pour les fentes en série.

D'où

$$\mathbf{A}_p = \mathbf{B}_p = (-1)^p \, 2 \mathbf{U}_{n+1}.$$

Dans ces deux cas, puisque R et, par suite, $\mathbf{V}_1$ sont nuls, on a aussi

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{A}_1 = \mathbf{B}_1 = (-1)^n \, 2 \mathbf{U}_{n+1}.$$

On voit donc que le champ électrique au niveau de chaque fente est en module, le même que celui de l'onde incidente pour les obstacles en dérivation. Au contraire, c'est le courant au niveau de chaque fente qui est en module, le même que celui de l'onde incidente pour les obstacles en série. Dans les deux cas, la puissance rayonnée par chaque fente est égale à $\frac{W}{n}$ (W puissance incidente).

On comprend mieux que le champ électrique soit constant au niveau de chaque fente si l'on

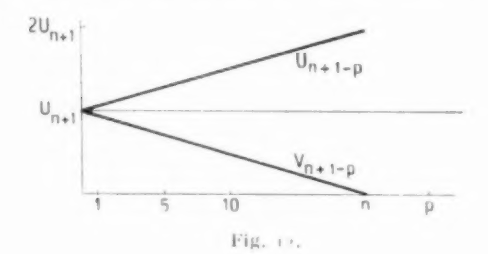


Fig. 12.

étudie séparément la variation de l'amplitude des ondes progressives élémentaires $\mathbf{U}_{n+1-p}$ et $\mathbf{V}_{n+1-p}$.

On trouve alors les expressions

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathbf{U}_{n+1-p} &= \mathbf{U}_{n+1} \frac{p+n}{n}, \\ \mathbf{U}_{n+1-p} &= \mathbf{U}_{n+1} \frac{n-p}{n}. \end{aligned} \right.$$

La figure 12 représente les variations de $\mathbf{U}_{n+1-p}$ et $\mathbf{V}_{n+1-p}$ en fonction du rang p de la fente, compté à partir du plan conducteur.

Les deux courbes sont des droites symétriques par rapport à une horizontale qui représente d'ailleurs la moitié du champ $\mathbf{A}_p$.

Si l'on définit l'impédance caractéristique Z_c du guide par le rapport $\frac{U_1^2}{W}$ (U_1 représentant une tension), il est clair que la fente en dérivation est équivalente

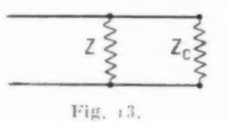


Fig. 13.

à une résistance égale à nZ_c disposée en parallèle. Si l'on définit, au contraire, l'impédance caractéristique par le rapport $\frac{W}{U_1^2}$ (U_1 représentant un courant), il est clair que la fente en série est équivalente à une résistance égale à $\frac{Z_c}{n}$ disposée en série.

En appliquant la loi d'Ohm aux résistances ainsi définies, et en tenant compte de l'impédance ramenée par le plan conducteur, on voit que le guide est alors, dans les deux cas, terminé par son impédance caractéristique Z_c. Il n'y a donc pas de réflexion à l'entrée.

Si l'on considère la ligne équivalente au guide et l'impédance Z équivalente à la fente en dérivation (*fig.* 13) il est facile de voir que le coefficient t est donné par la formule

$$t = \frac{2Z}{2Z + Z_c}.$$

Tous les résultats précédents (identité du rayonnement des fentes, valeur réelle de t) peuvent être obtenus directement par l'application de la loi d'Ohm aux impédances Z. En particulier, la formule (17) est évidemment vérifiée pour la valeur $Z = nZ_c$.

Un raisonnement analogue peut être fait pour les fentes en série. On voit que la notion d'impédance équivalente, peut dans certains cas, conduire à des résultats plus rapides. Ceux-ci doivent, toutefois, être justifiés par un calcul direct, l'application de la loi d'Ohm à l'impédance équivalente pouvant parfois conduire à des erreurs. Par exemple, dans le cas de deux obstacles de même nature situés dans un même plan de section droite, l'application de la loi d'Ohm aux impédances équivalentes de chaque obstacle, ne fournit pas l'impédance équivalente totale.

4. Bande passante des guides a fentes. — Par définition, la bande passante d'utilisation d'un

guide à fentes, est la bande de fréquence ($f_2 - f_1 = 2df$) à l'intérieur de laquelle le taux d'ondes stationnaires du guide reste inférieur à 1,5 et le déphasage entre les champs rayonnés par deux fentes quelconques est inférieur à $\frac{\pi}{4}$. Les fentes sont à la distance $\frac{\lambda_g}{2}$ pour la fréquence f_0 et ont des coefficients caractéristiques réels r et t quelle que soit la fréquence.

a. Variation du taux d'ondes stationnaires sans correction. — Le taux d'ondes stationnaires reste inférieur à 1,5 lorsque le module de R est inférieur à 0,2.

Calculons donc la variation de R avec la fréquence.

L'équation (12) nous donne la nouvelle valeur de q, $d\theta$ étant donné par la formule (13).

En portant q dans l'équation (4) on a à la fois pour les obstacles en série et en dérivation

$$q = -1(1 - i\,d\theta),$$

$$x = \frac{1}{qt}[1 - q^2(1 - 2t)].$$

On obtient facilement

$$x = -2\left[1 + \frac{1-t}{t}\,i\,d\theta\right].$$

En prenant pour t la valeur qui annule les ondes stationnaires pour la fréquence centrale f_0 donnée par la formule (17), on a

$$x = -2\left[1 + \frac{i\,d\theta}{2n}\right].$$

En prenant $x = 2\cos\psi$, on a

$$\cos\psi = -1 - \frac{i\,d\theta}{2n}.$$

Posons

$$\psi = \pi + \varphi.$$

On trouve le développement de φ

$$\varphi^2 = -i\frac{d\theta}{n}. \tag{20}$$

La formule

$$P_n(x) = \frac{\sin n\psi}{\sin\psi} \tag{6}$$

permet de calculer le développement limité de R donné par la formule (10) :

$$R = \frac{[rq^{-1} - qr_0(r^2 - t^2)]P_n - r_0 t P_{n-1}}{[q^{-1} - qrr_0]P_n - tP_{n-1}}. \tag{10}$$

On voit que le cas des fentes en série ($r_0 = -1$, $r = 1 - t$) et le cas des fentes en dérivation ($r_0 = 1$, $r = t - 1$) conduisent à la même valeur du module de R puisque t et les polynômes P_n et P_{n-1} ont la même valeur.

Par exemple, dans le cas des fentes en dérivation, en prenant pour t la valeur de la formule (17) on a

$$R = \frac{\left\{\begin{matrix}\sin n\varphi[-1 + (1 - 2i\,d\theta)(2n-1)] \\ -2n(1 - i\,d\theta)\sin(n-1)\varphi\end{matrix}\right\}}{\sin n\varphi[(2n+1) + 1 - 2i\,d\theta] - (1 - i\,d\theta)2n\sin(n-1)\varphi}.$$

Après réduction, on trouve

$$R = -in\frac{d\theta}{2} - \frac{n^2}{6}\varphi^2.$$

En tenant compte de la relation (20), il vient

$$R = -\frac{i}{3}n\,d\theta. \tag{21}$$

Pour les obstacles en série on trouvera

$$R = \frac{i}{3}n\,d\theta.$$

La bande passante est donc donnée par la valeur de $d\theta$ correspondant à $|R| < 0,2$:

$$|d\theta| < \frac{0,6}{n},$$

d'où, à partir de l'équation (13),

$$\frac{df}{f_0} < \frac{0,6}{\pi n\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^2}$$

ou approximativement

$$\frac{df}{f_0} < \frac{1}{5n\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^2}. \tag{22}$$

b. Variation de la phase de l'onde rayonnée. — La seconde condition restreignant la bande passante concerne le déphasage entre les champs rayonnés par deux fentes quelconques. Les fentes étant à une distance de $\frac{\lambda_g}{2}$ l'une de l'autre, on a vu plus haut, que les champs rayonnés seraient alternativement en opposition de phase sur la fréquence centrale f_0. On verra, dans le prochain numéro, que l'on ramène les champs rayonnés par chaque fente en phase sur la fréquence f_0 en changeant alternativement la phase de l'onde rayonnée, sans modifier les ondes $\mathbf{U}_p$ et $\mathbf{V}_p$ existant à l'intérieur du guide. Nous allons calculer le champ rayonné en tenant compte de cette condition et écrire que le déphasage entre deux fentes quelconques reste inférieur à $\frac{\pi}{4}$ dans la bande passante. Dans le cas des fentes en dérivation, on a vu, formule (18),

que l'amplitude complexe du champ rayonné est proportionnel à l'expression $\mathbf{A}_p$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_p &= \mathbf{U}_{n+1-p} + \mathbf{V}_{n+1-p}\\ &= (\mathbf{U}_n + \mathbf{V}_n)P_p - (\mathbf{U}_{n+1} + \mathbf{V}_{n+1})P_{p-1},\end{aligned}$$

avec la relation déjà indiquée

$$\mathbf{U}_n + \mathbf{V}_n = q^{-1}\mathbf{U}_{n+1} + q\,\mathbf{V}_{n+1}.$$

En tenant compte des relations

$$\begin{aligned}q &= -1(1 - i\,d\theta),\\ \mathbf{V}_{n+1} &= \mathbf{U}_{n+1},\\ P_p &= (-1)^{p-1}\frac{\sin p\varphi}{\sin\varphi},\end{aligned}$$

et en négligeant l'alternance des phases due au terme $(-1)^{p-1}$, on a

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_p &= 2(P_p + P_{p-1})\mathbf{U}_{n+1}\\ &= 2\left[\frac{\sin p\varphi}{\sin\varphi} - \frac{\sin(p-1)}{\sin\varphi}\right]\mathbf{U}_{n+1}.\end{aligned}$$

En tenant compte de la relation

$$\varphi^2 = -\frac{i\,d\theta}{n}, \tag{20}$$

et en prenant un développement limité de $\frac{\sin p\varphi}{\sin\varphi}$

$$\frac{\sin p\varphi}{\sin\varphi} = p - \frac{p^3 - p}{6}\varphi^2,$$

on trouve

$$\mathbf{A}_p = \left[-2 - \left(\frac{p^2}{n} - \frac{p}{n}\right)i\,d\theta\right]\mathbf{U}_{n+1}. \tag{23}$$

La formule (23) montre que l'amplitude du champ rayonné reste constante au second ordre près, quel que soit le rang de la fente. Par contre, la phase varie au premier ordre comme l'expression

$$\Phi = \left(\frac{p^2}{n} - \frac{p}{n}\right)\frac{d\theta}{2}.$$

La loi de variation de la phase en fonction du rang p des fentes est donc parabolique, au lieu d'être linéaire comme on pourrait penser *a priori*. Nous verrons, dans les applications, que cette circonstance est mise à profit dans les groupements de plusieurs guides, de façon à réduire au maximum les déformations des diagrammes.

On voit que la phase présente la variation maximum entre la première et la dernière fente, égale à

$$\Phi_M = \frac{n-1}{2}\,d\theta.$$

En poussant plus loin les développements limités, on trouve que la partie imaginaire de $\mathbf{A}_p$ reste d'ordre impair en $d\theta$. La partie réelle est d'ordre pair. Le calcul montre que la formule donnant Φ_M reste valable encore pour la valeur $\Phi_M = \frac{\pi}{4}$.

Cette formule conduit à une limitation de la bande passante donnée par

$$d\theta < \frac{\pi}{2(n-1)}$$

ou en tenant compte de l'équation (13) :

$$\frac{df}{f_0} < \frac{1}{2(n-1)\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^2}. \tag{24}$$

c. Variation du taux d'ondes stationnaires avec correction. — En comparant les formules (22) et (24), on voit que la bande passante est limitée d'abord par la valeur prohibitive du taux d'ondes stationnaires. En conséquence, il est naturel de chercher la variation de la bande passante lorsqu'il existe, sur la fréquence centrale, des ondes stationnaires que l'on corrige avec un obstacle passif. Nous avons vu dans le cas des guides à fentes terminés par l'impédance caractéristique, qu'il était possible de supprimer les ondes stationnaires. L'inconvénient dans ce cas venait du fait que la totalité de l'énergie n'était alors pas rayonnée. Dans le cas actuel les guides étant supposés parfaitement conducteurs, l'énergie sera toujours totalement rayonnée après suppression des ondes stationnaires par un correcteur passif. On est donc conduit à penser que le choix des fentes correspondant à l'annulation des ondes stationnaires pour la fréquence centrale [formule (17)] ne correspond pas à la valeur optimum au point de vue de la bande passante. Nous allons montrer, en effet, que cette dernière peut être considérablement améliorée par un choix différent des caractéristiques des fentes. Explicitons la formule (10), en tenant compte des développements limités de q, φ et P_n [formules (12), (20)], et en prenant comme paramètre le coefficient r; la formule (17) ne s'appliquant plus, on voit que R se met sous la forme

$$R = \frac{A + B\,i\,d\theta}{C + D\,i\,d\theta}, \tag{25}$$

A, B, C, D étant des polynômes en r, identiques par ailleurs, au signe près de R, pour les obstacles série et dérivation.

La relation (25) peut se mettre sous la forme

$$R = \frac{A}{C} + \frac{BC - AD}{C^2}\,i\,d\theta. \tag{26}$$

On voit, sur la formule (26), que la partie réelle et le module de R, c'est-à-dire le taux d'ondes stationnaires, restent constants au deuxième ordre près lorsque A n'est pas nul. L'argument de R est, en général, du premier ordre en $d\theta$. Au contraire, lorsque A est nul [condition (17)], le module de R et, par suite, le taux d'ondes stationnaires, ont une variation du premier ordre. C'est l'argument, égal à $\frac{\pi}{2}$, du coefficient de réflexion, qui reste alors constant au deuxième ordre près.

L'examen de la formule (26) montre qu'il est possible de rendre R constant, au second ordre près, à la fois en module et en argument. Il suffit, pour cela, de satisfaire à la condition

$$BC - AD = 0. \tag{27}$$

Dans ce cas, R est réel et égal à $\frac{A}{C}$. Les ondes stationnaires correspondantes peuvent être annulées par un correcteur approprié. En disposant ce dernier près de la première fente, le coefficient de réflexion total, nul sur la fréquence centrale, présente alors une variation du premier ordre, indépendante du nombre de fentes et liée seulement à la distance entre le correcteur et la première fente.

Le calcul de A, B, C, D donne, dans le cas des fentes en série (r positif), pour un nombre n assez grand

$$A = -1 + 2nr,$$

$$B = n + \frac{2}{3}n^3r^2 - n^2r,$$

$$C = -1 - 2nr,$$

$$D = -n - \frac{2}{3}n^3r^2 - n^2r.$$

En posant

$$2nr = y, \tag{28}$$

on trouve

$$R = \frac{1-y}{1+y} + 2ni\,d\theta\,\frac{1-\frac{y^2}{3}}{(1+y)^2}. \tag{29}$$

La condition (27) est donc obtenue pour la valeur

$$y_0 = \sqrt{3}.$$

La figure 14 donne, en fonction de la variable y, les courbes de $|R|$ de $W = 1 - R^2$ et du module de la fonction

$$f = \frac{1-\frac{y^2}{3}}{(1+y)^2}.$$

En particulier, pour $y = y_0$, le coefficient R prend la valeur $r_0 = 0{,}27$; le taux d'ondes stationnaires est égal à $\sqrt{3} = 1{,}73$. Il est donc très facile de l'annuler avec un correcteur. La partie réelle de R est nulle pour $y = 1$, ce qui correspond à la formule (17); on retrouve, dans ce cas, la valeur $|R| = \frac{n\,d\theta}{3}$ de la formule (22).

On peut maintenant dans le cas de $y \neq 1$, rechercher la variation de phase de l'onde rayonnée entre les fentes extrêmes. Si nous reprenons la formule (23), il est facile de voir qu'elle se transforme, dans le cas où y est différent de 1, en la formule

$$\mathbf{A}_p = \left[-2\frac{yp^2}{n}i\,d\theta\right]\mathbf{U}_{n+1}. \tag{30}$$

On voit alors que la bande passante délimitée par la variation de la phase est inversement propor-

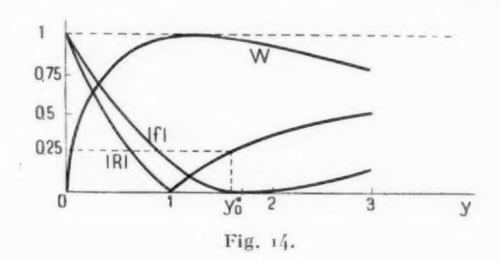


Fig. 14.

tionnelle à y. Elle est à peu près diminuée de moitié dans la zone des valeurs de y autour de y_0 donnant la plus petite variation du coefficient R. C'est alors elle qui limite la bande passante totale. Il existe donc un compromis à trouver entre les valeurs de la bande passante due aux ondes stationnaires et celle limitée par le déphasage entre fentes. Ce compromis est lié entièrement au choix de la valeur de y qui détermine les caractéristiques de chaque fente. Nous verrons, lors de l'étude expérimentale, dans quelle mesure le compromis doit être effectué, de façon à obtenir les meilleures performances de l'aérien.

3. Étude des guides à fentes distantes d'un quart de longueur d'onde.

Ces guides à fentes sont destinés à permettre une concentration de l'énergie dans la direction de l'axe du guide. Dans ce but, deux conditions sont nécessaires :

— la longueur d'onde de propagation dans le guide est égale à la longueur d'onde dans l'espace indéfini ($\lambda g = \lambda$);

— les champs rayonnés par deux fentes consé-

cutives sont en quadrature, de façon à supprimer le rayonnement arrière.

La première condition impose la propagation d'une onde principale dans le guide. En conséquence, les courants transversaux sont nuls et seules les fentes en série sont susceptibles d'application.

Nous supposerons, en outre, que le guide est terminé par son impédance caractéristique.

On a ici avec les notations précédentes, en posant $\theta = \frac{\pi}{2} + d\theta$:

$$q = e^{-i\theta} = -i - \mathrm{d}\theta,$$

$\mathrm{d}\theta$ représentant la valeur

$$(31) \qquad \mathrm{d}\theta = \frac{-\pi}{2}\,\frac{\mathrm{d}f}{f}.$$

La formule (4) devient, pour une fente en série

$$(32) \qquad x = qt - \frac{1}{qt} - \frac{qr^2}{t} = \frac{2ri}{1-r} - 2\,\mathrm{d}\theta.$$

En faisant le changement de variable $x = 2\cos\psi$ et en explicitant ψ sous la forme complexe

$$\psi = \frac{\pi}{2} + \varepsilon - i\alpha.$$

On trouve facilement

$$(33) \qquad \begin{cases} \varepsilon = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\cosh\alpha}, \\[2mm] \sinh\alpha = \dfrac{r}{1-r}. \end{cases}$$

Lorsque le nombre de fentes est grand, on sait que r doit être petit et les formules (33) deviennent

$$(34) \qquad \begin{cases} \varepsilon = \mathrm{d}\theta, \\ \alpha = r. \end{cases}$$

Le formule

$$(6) \qquad P_p(x) = \frac{\sin p\psi}{\sin\psi}$$

devient ici

$$P_p(x) = \sin\left(\frac{p\pi}{2} + p\,\mathrm{d}\theta - ipr\right).$$

Pour développer $P_p(x)$, il est nécessaire de distinguer les deux parités :

$p = 2p'$:

$$(35) \qquad P_p(x) = (-1)^{p'}[-i\sinh pr + \cosh pr \, . \, p\,\mathrm{d}\theta];$$

$p = 2p' + 1$:

$$(36) \qquad P_p = (-1)^{p'}[\cosh pr + i\sinh pr \, . \, p\,\mathrm{d}\theta].$$

Ces expressions permettent de calculer le coefficient de réflexion et la répartition de l'énergie rayonnée.

1. Taux d'ondes stationnaires. — Si nous reprenons la formule (10) en tenant compte de la condition $r_0 = 0$, on a

$$R = \frac{r}{1 - qt\,\dfrac{P_{n-1}}{P_n}}.$$

En développant $\cosh(p-1)r$ et $\sinh(p-1)r$ en

$$(37) \qquad \begin{cases} \cosh(p-1)r = \cosh pr - r\sinh pr, \\ \sinh(p-1)r = \sinh pr - r\cosh pr. \end{cases}$$

On a la valeur de R

$$R = \frac{r}{\left\{ \begin{array}{l} 1 + \mathrm{tgh}\,nr[1 - r(1 + \mathrm{cotgh}\,nr) \\ \qquad + i(\mathrm{cotgh}\,nr - \mathrm{tgh}\,nr)n\,\mathrm{d}\theta] \end{array} \right\}}.$$

Pour les grandes valeurs de nr, $\mathrm{tgh}\,nr = \mathrm{cotgh}\,nr = 1$; R est alors indépendant de $\mathrm{d}\theta$ et tend vers la valeur $\frac{r}{2}$.

Il est, par ailleurs, toujours inférieur au coefficient de réflexion d'une fente seule.

Le problème du taux d'ondes stationnaires ne se pose donc pas, ni sur la fréquence centrale, ni pour la limitation de la bande passante.

2. Coefficient de transmission. — Il donne l'énergie dissipée dans la charge terminale.

L'application de la formule (11) donne l'expression de T

$$(38) \qquad T = \frac{e^{-nr}}{1 + r - in\,\mathrm{d}\theta}.$$

Cette valeur de T conditionne la valeur du coefficient r. En effet, n est imposé par la longueur du guide, liée au diagramme à obtenir. La valeur de T pour la fréquence centrale, voisine de $e^{-(n+1)r}$, est choisie de façon à dissiper le minimum d'énergie tout en gardant un rayonnement convenable aux dernières fentes. On choisit, par exemple, $T = \frac{1}{3}$, ce qui conduit à la valeur approximative $(n+1)r = 1$. L'énergie rayonnée est alors égale à 90 % de l'énergie incidente. Par ailleurs, T diminue en dehors de la fréquence centrale, et ainsi, le problème de la bande passante ne se pose pas encore ici pour limitation de l'énergie perdue.

3. Répartition de l'énergie rayonnée. — Les formules (18), appliquées dans le cas des fentes

en série, donnent l'expression du courant au niveau de la fente d'ordre p comptée à partir de la dernière

$$\mathbf{A}_p = (\mathbf{U}_n - \mathbf{V}_n) P_p - \mathbf{U}_{n+1} P_{p-1}.$$

La considération du courant au niveau de la dernière fente donne

$$\mathbf{U}_n - \mathbf{V}_n = q^{-1} \mathbf{U}_{n+1},$$

c'est-à-dire

$$\mathbf{A}_p = [q^{-1} P_p - P_{p-1}] \mathbf{U}_{n+1}.$$

En remplaçant P_p et P_{p-1} par leurs valeurs tirées des équations (35) et (36), on a, par un développement limité du premier ordre en r :

pour les fentes de rang pair $p = 2p'$:

$$\mathbf{A}_p = (-1)^{p'} [e^{pr} - r \sinh pr + i\, e^{pr} p\, \mathrm{d}\theta] \mathbf{U}_{n+1};$$

pour les fentes de rang impair $p = 2p' + 1$:

$$\mathbf{A}_p = (-1)^{p'} i [e^{pr} - r \cosh pr + i\, e^{pr} p\, \mathrm{d}\theta] \mathbf{U}_{n+1}.$$

En négligeant le terme en r, on voit que les deux formules se réduisent à une seule, quel que soit la parité

$$(39) \qquad \mathbf{A}_p = i^p e^{pr} [1 + ip\, \mathrm{d}\theta] \mathbf{U}_{n+1}.$$

La formule (39) montre que, sur la fréquence centrale, les champs rayonnés sont alternativement en quadrature et leurs amplitudes décroissent en progression géométrique de la première à la dernière fente. La raison de la progression géométrique est e^{-r}, c'est-à-dire le coefficient de transmission t de chaque fente. Il est facile, en faisant la somme de l'énergie totale rayonnée, de montrer qu'elle est égale à la différence entre l'énergie incidente et l'énergie transmise (l'énergie réfléchie est du deuxième ordre en r).

En effet, l'énergie rayonnée est proportionnelle à la quantité

$$2r \sum_{p=1}^{p=n} |\mathbf{A}_p|^2 = 2r \sum_{p=1}^{p=n} e^{2pr} |\mathbf{U}_{n+1}|^2 = (e^{2nr} - 1) |\mathbf{U}_{n+1}|^2.$$

L'énergie transmise est proportionnelle à $|\mathbf{U}_{n+1}|^2$.

L'énergie incidente, donnée par la formule (38), est proportionnelle à la quantité

$$\frac{|\mathbf{U}_{n+1}|^2}{T^2} = e^{2nr} |\mathbf{U}_{n+1}|^2.$$

On voit que l'énergie rayonnée est bien la différence entre l'énergie incidente et l'énergie transmise.

4. Bande passante du guide. — On a vu plus haut que la bande passante n'était limitée ni par le taux d'ondes stationnaires ni par l'énergie perdue. Par contre, l'examen de la formule (39) montre que, pour une fréquence différente de la fréquence centrale, le déphasage entre les champs rayonnés par chaque fente augmente de la valeur $\mathrm{d}\theta$. Ceci se traduit par une déformation du diagramme que nous allons préciser. Soit, en effet, Φ le déphasage constant entre deux fentes consécutives et α l'angle d'une direction quelconque avec l'axe du guide. La phase du champ rayonné au loin dans la direction α par la fente de rang p est

$$\Delta\Phi_p = 2\pi \frac{pd}{\lambda} \cos\alpha - p\Phi.$$

d est la distance entre deux fentes consécutives égale à $\frac{\lambda}{4}$.

La direction du maximum d'énergie correspond

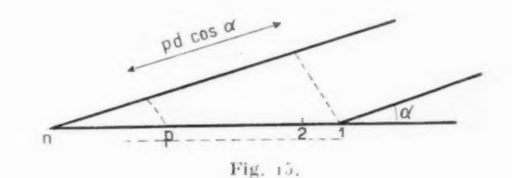


Fig. 15.

évidemment au cas où tous les champs rayonnés sont en phase. Elle est donnée par la formule

$$(40) \qquad \frac{2\pi d}{\lambda} \cos\alpha = \Phi$$

ou

$$\Phi = \frac{\pi}{2} \cos\alpha.$$

Pour la fréquence centrale

$$\Phi = \frac{\pi}{2}.$$

On a $\alpha = 0$; le maximum d'énergie rayonnée est dans la direction de l'axe du guide.

Pour une fréquence différente de la fréquence centrale, on a

$$\Phi = \frac{\pi}{2} + \mathrm{d}\theta, \qquad \text{avec} \quad \mathrm{d}\theta = \frac{-\pi}{2} \frac{\mathrm{d}f}{f_0}.$$

Le maximum d'énergie rayonnée est obtenu pour la direction donnée par la formule

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\mathrm{d}f}{f_0}$$

ou en développant $\cos\alpha$:

$$(41) \qquad \alpha^2 = 2 \frac{\mathrm{d}f}{f_0}.$$

On voit, sur la formule (41), que le maximum ne peut être obtenu que si df est positif. Ainsi donc, une variation de la fréquence se traduit d'une façon dissymétrique sur le diagramme :

Si la fréquence devient supérieure à la fréquence centrale, il existe dans un plan contenant l'axe, deux maxima définis par la formule (41) et l'axe correspond à un minimum relatif.

Les deux maxima décalés ont un gain égal au gain obtenu dans l'axe du guide pour la fréquence centrale.

Si la fréquence devient inférieure à la fréquence centrale, l'axe correspond alors à un maximum

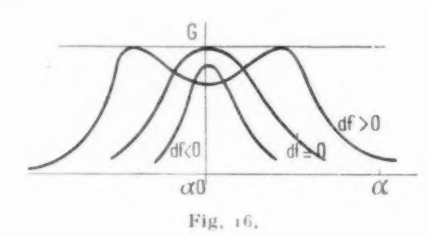


Fig. 16.

absolu. Mais la condition (40) ne pouvant plus être remplie, ce maximum absolu est inférieur à celui de la fréquence centrale.

On voit que les déformations des diagrammes en fonction de la fréquence (*fig.* 16) présentent une véritable analogie avec le cas de deux circuits couplés de part et d'autre du couplage critique.

Dans ces conditions, la bande passante du guide à fentes est fixée par la condition (41), suivant les tolérances du diagramme à obtenir.

Conclusion.

La considération des ondes progressives élémentaires existant entre fentes nous a permis, dans le cas général, de calculer les coefficients de réflexion et de transmission ainsi que la répartition du rayonnement dans un guide à fentes. Ces raisonnements ont été appliqués surtout au cas de fentes de nature particulière qui sont les fentes en dérivation ou en série. Ils sont, toutefois, valables pour tous les types de fentes tels qu'ils ont été précisés au premier Chapitre. Nous avons vu que les résultats obtenus étaient tous fonction des coefficients r et t caractéristiques d'une fente isolée. Ces coefficients, calculables par la théorie, sont utilisés sans faire appel à la notion d'impédance équivalente, inexacte par ailleurs, dans le cas général. Ils sont, en outre, directement accessibles à l'expérience qui peut permettre de corriger certains défauts de la théorie. Nous verrons, dans le prochain article, comment on peut les mesurer et quel degré d'exactitude comportent les formules établies. Nous indiquerons, en outre, les principales applications auxquelles conduit l'emploi des guides à fentes.

(*à suivre*).

BIBLIOGRAPHIE.

1. Mauguin, *J. Phys.*, t. 7, 1936, p. 233.
2. Parodi, *Mém. Sc. math.*, fasc. 47.
3. Ortusi et Fechner, *Ann. Radioélectricité*, t. 4, octobre 1948, p. 300-304.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES ÉMETTEURS DE RADIODIFFUSION A HAUT RENDEMENT

PAR J. POLONSKY,

Chef des Études de Radiodiffusion à la Compagnie Générale de T. S. F.
Département Industriel S. I. F.

SOMMAIRE. — *La plupart des émetteurs de radiodiffusion utilisent à l'heure actuelle le système de modulation dit* par contrôle d'anode du dernier étage haute fréquence. *Malgré le grand encombrement et les frais importants d'immobilisation et d'exploitation de ce genre d'émetteurs, leur emploi s'est généralisé, en raison de leurs hautes performances techniques et en raison de leur simplicité de réglage.*

Ces qualités ont été pendant longtemps contestées aux autres systèmes de modulation à haut rendement sans modulateur push-pull (modulation par déphasage de Chireix, amplificateurs Doherty, Terman et autres).

L'objet de cet article est :

1° de montrer les possibilités nouvelles offertes aux émetteurs à haut rendement sans modulateur push-pull, grâce aux récents progrès dans le domaine de la contre-réaction [1];

2° d'apporter une contribution à la théorie des amplificateurs à haut rendement modulés par contrôle de grille.

L'étude théorique est complétée par un tableau des performances techniques relevées sur un émetteur expérimental de 18 kW porteuse, du Département Industriel S. I. F. Dans cet émetteur, l'étage de puissance était modulé par contrôle de grille à haut rendement ; une voie de contre-réaction globale et une voie de réaction locale avaient été ménagées [1]. *Au point de vue performances techniques et simplicité des réglages en ondes hecto et kilométriques, ce matériel est comparable aux émetteurs modulés par contrôle d'anode, tout en étant* plus économique et moins encombrant.

SUMMARY. — *Most broadcast transmitters now in use are of the plate-modulated type. This type is widely used because of the high technical performances and easy adjusment it permits, in spite of its relative bulkiness, heavy investments and operating costs it requires.*

The above qualities were long denied to the other high-efficiency modulation-systems without push-pull modulation (Chireix outphasing modulation, Doherty, Terman amplifiers and S. O.).

The purpose of the present paper is :

Firstly, to show the new possibilities offered to high-efficiency transmitters without the push-pull modulator through the recent advances in degenerative feed-back field [1].

Secondly, to contribute to the theory of high-efficiency grid-modulated amplifiers.

The theoretical survey is substantiated by a table giving the observed values of the technical performances of an experimental 18 kW carrier-power transmitter of Departement Industriel S. I. F. The output stage of the transmitter is grid-modulated : an overall degenerative feed-back loop and a local regenerative loop are provided [1].

The general performance of the equipment, particularly as regards the easiness of adjustment in medium-and long-wave ranges ; compare favourably with the results obtained from plate-controlled transmitters, with a further decrease in cost and size.

1. Introduction.

1.1. Conditions de rendement a remplir par un amplificateur modulé. — Un tel amplificateur doit satisfaire aux conditions suivantes :

1° Le rapport de la tension oscillante à la tension d'alimentation d'anode doit être voisin de l'unité, quel que soit le taux de modulation et en particulier en régime d'onde porteuse et pendant les alternances positives de modulation quand l'amplificateur fournit une puissance relativement élevée.

2° L'amplificateur doit fonctionner en classe C. Si l'angle d'ouverture du courant d'anode varie au cours du cycle basse fréquence, le régime de la classe B ne doit être atteint qu'en crête de modulation pour un taux de 100 %.

3° Le cos φ de la charge de l'amplificateur doit rester voisin de l'unité au cours d'un cycle de modulation.

4° L'équipartition de la puissance en crête de modulation entre les deux tubes est souhaitable.

Pour réaliser un émetteur de radiodiffusion ayant un rendement global élevé, il faut ajouter une condition supplémentaire :

5° Il est nécessaire, notamment, que la puissance mise en jeu par le modulateur soit relativement réduite par rapport à la puissance de l'amplificateur modulé.

Parmi les systèmes de modulation qui remplissent d'une manière plus ou moins satisfaisante ces conditions, on peut citer en particulier :

a. Le système à déphasage de Chireix [2], premier en date, qui a été appliqué à un grand nombre d'émetteurs de radiodiffusion.

b. Le système de Doherty-Terman [3] et d'autres basés sur des principes analogues à ce dernier.

Le système de modulation par contrôle d'anode avec un modulateur classe B [4] remplit les quatre premières conditions sans satisfaire toutefois à la dernière.

1.1. Avantages et inconvénients du système de modulation par contrôle d'anode. — Les avantages du contrôle d'anode sont essentiellement les suivants :

1° Ses hautes performances techniques et en particulier la grande linéarité de la courbe de modulation.

2° La conservation des performances techniques au cours de l'exploitation, malgré la variation des tensions d'alimentation.

3° La simplicité relative des réglages au cours d'un changement de longueur d'onde.

Parmi les inconvénients, on peut citer, en particulier :

1° Les frais d'immobilisation et les frais d'exploitation, qui sont sensiblement plus élevés pour le contrôle d'anode que pour les émetteurs à haut rendement sans modulateur push-pull (absence d'un modulateur de puissance, rendement global plus élevé et économie en tubes de puissance).

2° La rotation importante de la phase aux fréquences infra et ultra-acoustiques, particulièrement gênante pour l'application des taux élevés de contre-réaction et les surtensions élevées provoquées par les organes de modulation en régime transitoire.

3° Son encombrement relativement grand, dû au modulateur push-pull et aux organes de modulation.

Les amplificateurs linéaires à haut rendement sans modulateur de puissance devaient, dans l'esprit de leurs auteurs, permettre la réalisation d'émetteurs de radiodiffusion à haut rendement, économiques, peu encombrants, ayant de bonnes performances techniques, capables en somme de supplanter le système de modulation par contrôle d'anode pour les ondes hecto et kilométriques. Pour les ondes métriques et décamétriques, la difficulté de réglage de phase rend l'emploi de ces systèmes de modulation plus délicat.

1.3. Difficultés rencontrées lors de l'utilisation des amplificateurs dits a haut rendement. Application de la contre-réaction. — Malgré les avantages, énumérés ci-dessus, des amplificateurs à haut rendement, le contrôle d'anode n'a pas été abandonné en leur faveur.

Il s'est avéré que les émetteurs à haut rendement présentaient certains inconvénients appréciables. Notamment :

1° Une distorsion harmonique relativement élevée,

2° Une baisse sensible des performances techniques au cours de l'exploitation, à cause de la variation des tensions d'alimentation et des déréglages des circuits haute fréquence de l'amplificateur,

3° Des difficultés de réglage lors d'un changement de longueur d'onde.

Pour y remédier, les auteurs [5] ont préconisé l'emploi de la contre-réaction. Toutefois tant que le taux de contre-réaction reste faible (10 à 15 db), les inconvénients mentionnés ci-dessus ne sont qu'atténués.

Grâce aux progrès réalisés récemment dans le domaine de la contre-réaction et grâce à certains aménagements apportés par la S. I. F. aux amplifi-

cateurs modulés par contrôle de grille à haut rendement (*voir* Chap. 4), les inconvénients mentionnés ci-dessus ont pu pratiquement être éliminés.

Dans les Chapitres suivants, nous allons successivement :

a. Examiner certains aspects théoriques de l'amplificateur modulé par contrôle de grille à haut rendement.

b. Décrire l'émetteur expérimental du Département Industriel S. I. F., muni d'une chaîne de contre-réaction à taux élevé.

c. Indiquer les résultats relevés sur l'émetteur expérimental.

2. Principe de fonctionnement d'un amplificateur linéaire modulé par contrôle de grille à haut rendement.

2.1. Principe de l'amplificateur Doherty-Terman. — Nous allons rappeler brièvement le principe de l'amplificateur Doherty-Terman.

L'amplificateur comporte deux tubes T_1 et T_2. En régime d'onde porteuse et pendant les alternances négatives de modulation, le tube T_1 fonctionne seul, le tube T_2 est bloqué par une forte tension de polarisation V_{g_1}.

En porteuse, la tension oscillante du tube T_1 est voisine de la tension continue d'anode

$$V_{1\,\text{port.}} \simeq V_0.$$

Pendant les alternances positives de modulation, T_1 et T_2 débitent ensemble dans la résistance de charge R_1. Grâce au réseau inverseur d'impédance L (constitué par la self S_1 et par les capacités C_1) intercalé entre les anodes, la tension oscillante V_1 reste constante et voisine de V_0, tandis que la tension V_2 aux bornes de la charge R_1 continue à augmenter linéairement avec la modulation.

Soit $V_{cr.}$ la tension haute fréquence maximum en crête de modulation aux bornes de la charge R_1 ($V_{cr.} \simeq V_0$). En première approximation, on admet :

(1) Pour $1 > m > -1$: $V_2 = \frac{V_{cr.}}{2}(1+m)$.

(2) Pour $0 > m > -1$: $V_1 = V_{cr.}(1+m)$;
Pour $1 > m > 0$: $V_1 = V_{cr.}$.

(3) Pour $m = 1$: $P_{1\,\text{ut. cr.}} = P_{2\,\text{ut. cr.}} = 2P_{\text{port.}}$

Ces équations résument les performances essentielles de l'amplificateur.

La relation (1) postule que l'amplificateur est linéaire. Des relations (1) et (2), on peut conclure que le rendement anodique de l'amplificateur est élevé. En effet, chaque fois qu'un des tubes débite une puissance relativement importante, sa tension oscillante est voisine de la tension continue d'anode.

La relation (3) signifie qu'en crête de modulation il y a équipartition de la puissance utile instantanée entre les tubes T_1 et T_2.

D'après la théorie simplifiée des amplificateurs Doherty-Terman [5], on peut compléter les équations (1) et (3) par

(4) $\frac{I_1}{I_{cr.}} = \frac{1+m}{2}$ pour $1 > m > -1$,

et

(5) $\frac{I_2}{I_{cr.}} = 0$ pour $0 > m > -1$,
$\frac{I_2}{I_{cr.}} = m$ pour $1 > m > 0$.

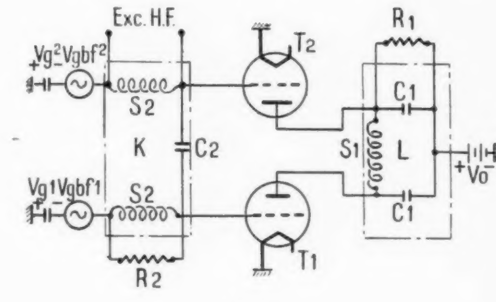


Fig. 1.

I_1 et I_2 sont respectivement les composantes fondamentales du courant d'anode des tubes T_1 et T_2.

$I_{cr.}$ représente la composante fondamentale du courant anodique en crête de modulation pour T_1 et T_2.

L'équation (4) se déduit de (1) en vertu des lois fondamentales des réseaux inverseurs d'impédance : Le courant d'entrée est proportionnel à la tension de sortie.

L'inverseur d'impédance complémentaire K (*fig.* 1) constitué par les selfs S_2 et par la capacité C_2, compense le déphasage de $\frac{\pi}{2}$ introduit entre V_1 et V_2 par le réseau anodique L.

L'amplificateur Terman se distingue de l'amplificateur Doherty essentiellement par les éléments du calcul de la page suivante.

De ce tableau comparatif, on peut déduire que l'amplificateur Terman offre, par rapport à l'amplificateur Doherty, les avantages suivants :

a. Un rendement anodique et un rendement

global plus élevés (le tube T_1 fonctionne en porteuse en classe C et non pas en classe B).

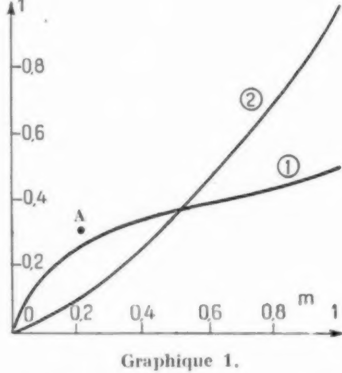
b. Une meilleure utilisation du courant disponible des tubes en crête de modulation (T_1 et T_2 fonctionnent alors en classe B).

linéaires, l'amplitude maximum du courant d'anode du tube T_2 est proportionnelle au taux de modulation, *m*. L'angle d'ouverture du courant d'anode étant variable au cours d'un cycle de modulation, l'équation (5) ne peut pas être satisfaite.

	Amplificateur Doherty.	Amplificateur Terman.
Excitation des grilles	Par une tension haute fréquence modulée	Par une tension haute fréquence non modulée
Tension basse fréquence des grilles	néant	Modulation par contrôle de grille en phase sur T_1 et sur T_2
Demi-angle d'ouverture du courant d'anode du tube T_1	$\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ (classe B)	θ_1, variable $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{3}$ pour $-1 < m < 0$ $\frac{\pi}{3} < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$ pour $0 < m < 1$
Demi-angle d'ouverture du courant d'anode du tube T_2	θ_2, variable $\theta_2 = 0$ pour $-1 < m < 0$ $0 < \theta_2 < \frac{\pi}{3}$ pour $0 < m < 1$	θ_2, variable $\theta_2 = 0$ pour $-1 < m < 0$ $0 < \theta_2 < \frac{\pi}{2}$ pour $0 < m < 1$
Courant maximum instantané d'anode en crête de modulation. $I_{cr.}$ étant la composante fondamentale haute fréquence du courant d'anode en crête de modulation.	$I_{max.T_1} = 2\,I_{cr.}$ $I_{max.T_2} = 2,6\,I_{cr.}$	$I_{max.T_1} = I_{max.T_2} = 2\,I_{cr.}$

2.2. Critique de la théorie simplifiée d'un amplificateur modulé par contrôle de grille a haut rendement. — Au premier abord, la théorie simplifiée, exposée brièvement dans le Chapitre 2.1, paraît cohérente.

Toutefois, en la soumettant à un examen plus approfondi, on constate qu'elle est basée sur une



Graphique 1.

Courbe 1 : $\beta_2 = \frac{I_2}{I_{0_2}}$ en fonction de *m*.

Courbe 2 : $\frac{I_2}{I_{cr.}}$ en fonction de *m*.

contradiction. La démonstration est faite dans l'Annexe I. Les conclusions que l'on peut en tirer sont les suivantes :

Pour un réseau des caractéristiques statiques

Pour rendre l'amplificateur linéaire, on est obligé de modifier l'hypothèse de base (2). Il faut notamment qu'en porteuse le tube T_2 débite un certain courant et que la tension oscillante d'anode du tube T_1 soit plus faible en porteuse qu'en crête de modulation et qu'elle varie légèrement pendant les alternances positives de modulation.

Dans l'essai d'une théorie plus rigoureuse, nous allons partir de la courbe réelle

$$\frac{I_2}{I_{cr.}} = \psi(m). \tag{6}$$

3. Essai d'une théorie plus rigoureuse d'un amplificateur modulé par contrôle de grille à haut rendement.

3.1. Équation caracteristique de modulation. — La figure 2 montre le schéma équivalent du circuit anodique de l'amplificateur. *R* est la résistance de charge.

Le courant dans la charge *R* est donné par

$$I_R = \frac{V_1}{1} + I_2 = \frac{V_2}{R}. \tag{7}$$

En crête de modulation, on admet $V_1 = V_2 = V_{cr.}$ et $I_1 = I_2 = I_{cr.}$:

$$I_{R\,cr.} = \frac{V_{cr.}}{1} + I_{cr.} = \frac{V_{cr.}}{R}. \tag{8}$$

Des équations (7) et (8), on peut déduire l'équation

caractéristique de modulation de l'amplificateur

$$\frac{V_2}{V_{cr.}} = \frac{1}{2}\left(\frac{V_1}{V_{cr.}} + \frac{I_2}{I_{cr.}}\right). \tag{9}$$

X étant égal à $\frac{V_{cr.}}{I_{cr.}}$.

En admettant I_2 en phase avec V_1, la linéarité de l'amplificateur s'exprime par

$$\frac{V_2}{V_{cr.}} = \frac{1}{2}\left(\frac{V_1}{V_{cr.}} + \frac{I_2}{I_{cr.}}\right) = \frac{1}{2}(1 + m). \tag{10}$$

3.2. La courbe $\frac{I_2}{I_{cr.}} = \psi(m)$ — De l'Annexe *I*, il résulte que l'amplitude maximum du courant d'anode T_2 varie linéairement avec *m*, la composante fondamentale haute fréquence de ce courant I_2 n'est pas proportionnelle à *m*, l'angle d'ouverture du courant anodique θ_2 étant variable au cours d'un cycle basse fréquence.

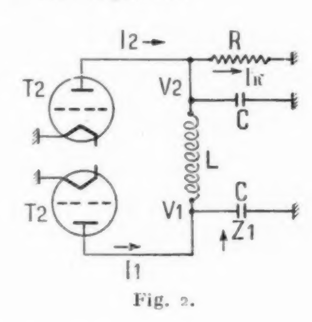


Fig. 2.

Pour rendre le rapport

$$\frac{\text{composante fondamentale } I_2}{\text{composante fondamentale en crête } I_{cr.}}$$

quasi linéaire avec *m*, il faut faire débiter le tube T_2 en porteuse. On ne peut pas toutefois aller loin dans cette voie sans compromettre le rendement anodique de l'amplificateur (le tube T_2 commence à débiter sous une tension de déchet d'anode élevée).

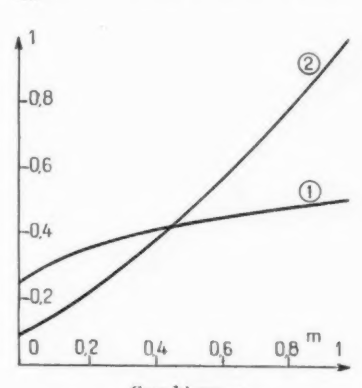
Il s'agit donc de trouver une solution de compromis entre la linéarité de I_2 et le rendement de l'amplificateur.

Examinons dans ce but la courbe $\beta_2 = \frac{I_2}{I_{2\,max}}$ en fonction de *m* (graphique 1).

On constate que cette courbe peut être assimilée, sans erreur appréciable, à deux demi-droites ; la première entre $0{,}2 > m > 0$ a une forte pente ; la seconde entre $1 > m > 0{,}2$ a une pente relativement modérée.

La solution de compromis consisterait à choisir en porteuse un angle d'ouverture du courant d'anode correspondant au point anguleux A. En reprenant le calcul de $I_2 = f(m)$ (Annexe II), on aboutit à l'expression suivante :

$$\frac{I_2}{I_{cr.}} \simeq 0{,}1 + 0{,}6\,m + 0{,}3\,m^2 = \psi(m). \tag{11}$$



Graphique 2.

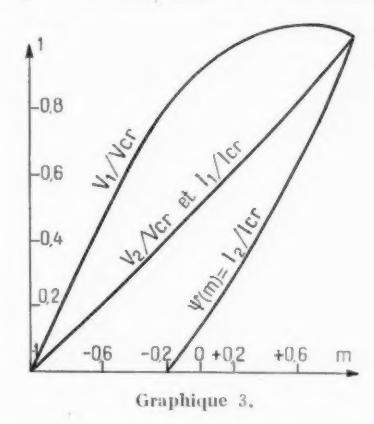
Courbe 1 : $\beta_2 = \frac{I_2}{I_{\theta_2}}$ en fonction de *m*.

Courbe 2 : $\Psi(m) = \frac{I_2}{I_{cr.}}$.

3.3. Régime de fonctionnement du tube T_1. — L'équation caractéristique de modulation (10) et la relation (11) permettent de déterminer la courbe idéale de la tension haute fréquence d'anode du tube T_1 :

$$\frac{V_1}{V_{cr.}} = 1 + m - \psi(m). \tag{12}$$

La composante fondamentale du courant d'anode



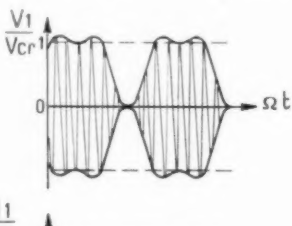
Graphique 3.

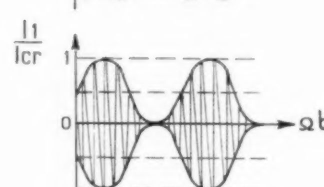
de T_1, en vertu des lois de l'inverseur d'impédance, varie linéairement avec *m* :

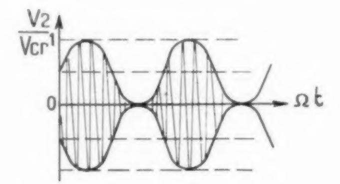
$$\frac{I_1}{I_{cr.}} = \frac{1 + m}{2}. \tag{13}$$

La figure 3 représente l'enveloppe des tensions et des courants haute fréquence de T_1 et de T_2.

3.4. Variation de l'impédance de charge des tubes T_1 et T_2. — Quand le tube T_2 débite,







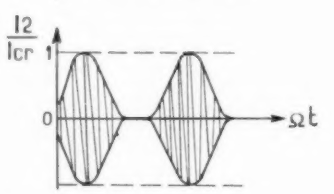


Fig. 3.

il se comporte envers le tube T_1 comme une résistance négative $-Z_2$.

De même, vu par T_2, le tube T_1 se comporte comme une résistance négative $-Z_1$.

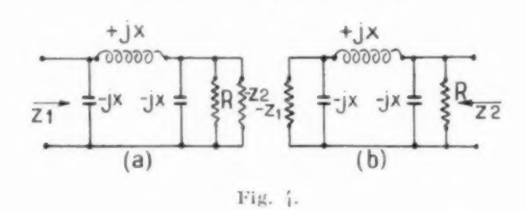


Fig. 4.

Entre les impédances de charge des tubes T_1 et T_2 on peut établir les relations suivantes :

$$Z_1 = \frac{V^2}{R}\left(1 - \frac{R}{Z_2}\right), \tag{14}$$

$$Z_2 = \frac{V^2}{R}\left(\frac{R}{\frac{V^2}{R} - Z_1}\right). \tag{15}$$

Soient P_{cr}, V_{cr} et I_{cr} respectivement la puissance utile totale, la tension oscillante et la composante fondamentale haute fréquence du courant d'anode de T_1 ou de T_2 en crête de modulation; on a

$$R = \frac{V_{cr.}^2}{2P_{cr.}} = \frac{V_{cr.}}{2I_{cr.}} = \frac{Z_{cr.}}{2}. \tag{16}$$

Remplaçons dans (14) et (15) Z_1 et Z_2 par $Z_{cr.}$ (pour $m = 1$). On obtient

$$V = Z_{cr.}. \tag{17}$$

L'impédance de charge du tube T_1 varie au cours d'un cycle B. F. suivant la loi

$$\frac{Z_1}{Z_{cr.}} = 2\left[1 - \frac{\psi(m)}{1+m}\right]. \tag{18}$$

L'impédance de charge de T_2 varie suivant la loi

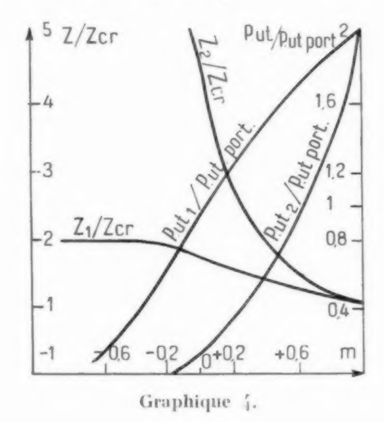
$$\frac{Z_2}{Z_{cr.}} = \frac{1+m}{2\psi(m)}. \tag{19}$$

Nous rappelons que $\psi(m) = 0$ pour $-1 < m < -0{,}2$.

Examinons maintenant la répartition de la puissance entre T_1 et T_2 :

a. La puissance utile instantanée. — En crête de modulation, pour $m = 1$, la puissance utile de l'amplificateur est

$$P_{ut.cr.} = 2\left(\frac{V_{cr.}I_{cr.}}{2}\right) = V_{cr.}I_{cr.}. \tag{20}$$



Graphique 4.

En porteuse, la puissance utile est

$$P_{ut.port.} = \frac{V_{cr.}I_{cr.}}{4}. \tag{21}$$

La puissance utile instantanée du tube T_1 est

$$P_{ut.1} = \frac{V_1 I_1}{2} = \frac{V_{cr.}}{2}[1 + m - \psi(m)]\frac{I_{cr.}}{2}(1 + m),$$

$$(22) \qquad \frac{P_{ut.1}}{P_{ut.port.}} = [1 + m][1 + m - \psi(m)].$$

La puissance utile instantanée du tube T_2 est

$$P_{ut.2} = \frac{V_2 I_2}{2} = \frac{V_{cr.}}{4}(1 + m) I_{cr.}\psi(m),$$

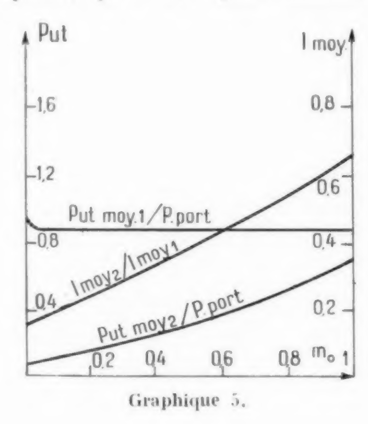
$$(23) \qquad \frac{P_{ut.2}}{P_{ut.port.}} = (1 + m)\psi(m).$$

La puissance utile totale est

$$(24) \qquad P_{ut.1} + P_{ut.2} = P_{ut.port.}(1 + m)^2.$$

L'expression (24) est la formule classique d'une modulation linéaire (graphique 4).

b. La puissance utile moyenne. — La puissance utile moyenne, pour un cycle basse fréquence



Graphique 5.

s'obtient par l'intégration des expressions (22) et (23), m étant une fonction sinusoïdale du temps :

$$m = m_0 \sin\varphi, \qquad \varphi = \Omega t.$$

On trouve après intégrations

Pour T_1 :

$$(25) \qquad \frac{P_{ut.moy.1}}{P_{ut.port.}} = 0,9 - 0,2\,m_0 + 0,22\,m_0^2 - 0,07\,m_0^3.$$

Pour T_2 :

$$(26) \qquad \frac{P_{ut.moy.2}}{P_{ut.port.}} = 0,1 + 0,2\,m_0 - 0,28\,m_0^2 + 0,07\,m_0^3.$$

$$(27) \qquad P_{ut.moy.1} + P_{ut.moy.2} = (1 + 0,5\,m_0^2)P_{ut.port.}$$

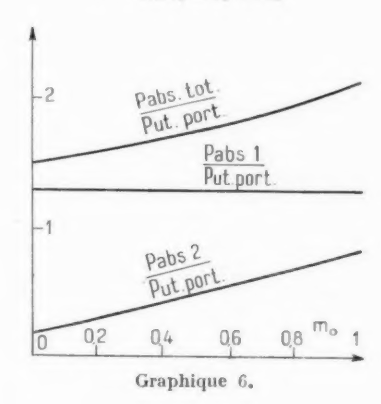
c. La puissance absorbée. — Les tubes T_1 et T_2 fonctionnent en classe C. L'angle d'ouverture du courant anodique est variable au cours d'un cycle de modulation.

Pour simplifier le calcul de la puissance absorbée et du courant moyen d'anode, on fera intervenir le facteur

$$\beta_f = \frac{I_{fond.}}{I_{moy.}} = \frac{\text{composante fondamentale}}{\text{composante moyenne}},$$

β_f ne dépend que de l'angle d'ouverture θ_0 du courant anodique. D'après van der Pol :

$$(28) \qquad \beta_f = \frac{\theta_0 - \sin\theta_0\cos\theta_0}{\sin\theta_0 - \theta_0\cos\theta_0}.$$



Graphique 6.

Quand θ_0 varie de zéro à $\frac{\pi}{2}$ (classe B), β_f varie de 2 à 1,57.

On peut admettre sans erreur appréciable :

Pour T_1 :

$$\beta_{f\,moy.1} \simeq 1,75.$$

Pour T_2 :

$$\beta_{f\,moy.2} = 1,8.$$

La puissance absorbée par T_1 :

$$(29) \qquad P_{abs.1} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_0 I_{cr.}\left(\frac{1 + m_0\sin\varphi}{2}\right)\frac{d\varphi}{1,75},$$

$$(30) \qquad \frac{P_{abs.1}}{P_{ut.port.}} = 1,27.$$

La puissance absorbée par T_2 :

$$(31) \qquad P_{abs.2} = \frac{1}{\pi}\int_{0,1\pi}^{+0,5\pi} V_0 I_{cr.}\psi(m)\frac{d\varphi}{1,8},$$

$$(32) \qquad \frac{P_{abs.2}}{P_{ut.port.}} = 0,21 + 0,46\,m_0 - 0,18\,m_0^2.$$

$$(33) \qquad \frac{P_{abs.tot.}}{P_{ut.port.}} = 1,48 + 0,46\,m_0 + 0,18\,m_0^2.$$

d. Le courant moyen anodique de T_1 *reste constant et égal à*

$$(34) \qquad I_{moy.1} = \frac{1,27\,P_{ut.port.}}{V_0}.$$

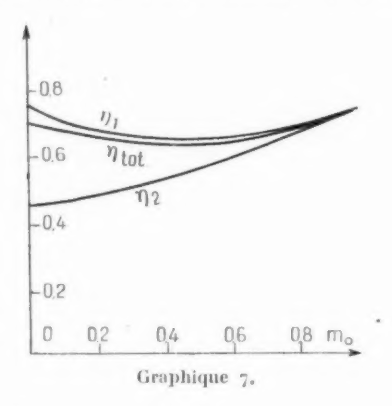
Le courant moyen anodique de T_2 varie suivant la loi

$$(35)\quad I_{moy.2} = (0{,}16 + 0{,}36\,m_0 + 0{,}14\,m_0^2)\,I_{moy.1} \quad \text{(graph. 5)}.$$

e. Le rendement anodique :

Pour T_1 :

$$(36)\quad \eta_1 = 0{,}8(0{,}9 - 0{,}2\,m_0 + 0{,}22\,m_0^2 - 0{,}07\,m_0^3).$$



Graphique 7.

Pour T_2 :

$$(37)\quad \eta_2 = \frac{0{,}1 + 0{,}2\,m_0 + 0{,}28\,m_0^2 - 0{,}07\,m_0^3}{0{,}21 + 0{,}46\,m_0 + 0{,}18\,m_0^2}.$$

Le rendement total :

$$(38)\quad \eta_{tot} = 0{,}69\,\frac{1 - 0{,}5\,m_0^2}{1 + 0{,}5\,m_0 - 0{,}12}.$$

3.5. Modulation parasite de phase. — Nous allons démontrer que la modulation parasite de phase, au cours de la modulation, est pratiquement

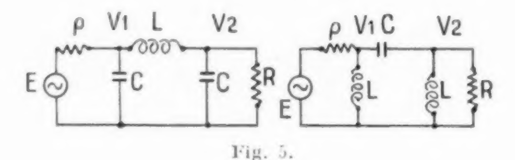


Fig. 5.

négligeable pour des tubes associés à des circuits inverseurs d'impédance.

Le schéma type des circuits d'anode et de grille est représenté sur la figure 5.

R est la résistance de charge, ρ est la résistance interne de la source.

Il est connu qu'à la fréquence d'accord, la tension V_2 est déphasée de $-\frac{\pi}{2}$ par rapport à E, quelle que soit la valeur de R.

Au cours de la modulation, les bandes latérales de $\overline{V_2}$ sont déphasées d'un certain angle φ par rapport à la phase d'origine en porteuse.

$$\alpha = \frac{X}{R}, \qquad \beta = \frac{\alpha X}{\rho} \qquad \text{et} \qquad \varepsilon = \frac{f}{F},$$

$$X = 2\pi FL = \frac{1}{2\pi FC};$$

f étant la fréquence de modulation;
F la fréquence de l'onde porteuse.

On aboutit à l'expression suivante de la modulation parasite de phase aux bornes de R :

$$(39)\quad \varphi \sim -\operatorname{arc\,tg}\left\{\frac{2\varepsilon}{\alpha}\left[1 + \frac{\beta(1-\alpha^2)}{(1+\alpha^2)(\beta+1)}\right]\right\}.$$

Exemple :

Pour $\alpha = \beta = 1$ et $\varepsilon = \frac{1}{100}$:

$$\varphi \cong \mp 1°.$$

Pour $\alpha = \beta = 2$ et $\varepsilon = \frac{1}{100}$:

$$\varphi \sim -1°.$$

Des mesures expérimentales de la modulation parasite de phase effectuées d'après la méthode indiquée par Fitch [6] ont donné des résultats concordant avec les calculs théoriques.

4. Le montage à haut rendement réalisé par la S. I. F.

4.1. Les inconvénients du montage classique. — Le montage classique de l'amplificateur Doherty-Terman, quoique très ingénieux, présente en pratique quelques difficultés.

Notamment :

1. L'amplificateur final étant dyssymétrique, le neutrodynage des tubes T_1 et T_2 laisse subsister une réaction relativement importante entre l'entrée et la sortie de l'étage.

2. La résistance régulatrice R_2 (*fig.* 1), branchée aux bornes de la grille du tube T_1, consomme une puissance relativement importante. (En crête, R_2 absorbe une puissance H. F. deux à trois fois plus grande que celle prise par la grille de T_1.)

L'étage d'excitation doit être, de ce fait, surpuissant ; il en résulte également une baisse du rendement global.

3. Pendant les creux de modulation, la disparition du courant de grille du tube T_1 entraîne une augmentation de la tension H. F. d'excitation.

On constate de ce fait une déformation du bas de la courbe de modulation.

4. Suivant le montage classique, la modulation est appliquée aux grilles de T_1 et T_2 par l'intermédiaire d'un transformateur à prises, l'amplitude de la tension B. F. étant différente pour les deux tubes.

Le déphasage introduit par le transformateur aux fréquences ultra-acoustiques, est particulièrement gênant lors de l'application de la contre-réaction.

5. Il a été constaté que les performances techniques de l'amplificateur final décroissent rapidement en cas d'un déréglage des circuits H. F. ou des tensions d'alimentation.

4.2. Solutions apportées par le montage Sif. — Les inconvénients 1, 2 et 3, signalés ci-dessus, ont été pratiquement éliminés grâce aux dispositions suivantes :

a. L'inverseur d'impédance des grilles, monté habituellement entre les grilles de T_1 et de T_2 (*fig.* 1) a été reporté vers l'entrée de l'étage d'excitation H. F.

b. Les tubes d'excitation H. F. T_3 et T_4 ont été montés en cathodyne.

Le montage en cathodyne des tubes T_3 et T_4 offre une basse impédance H. F. à l'entrée des tubes T_1 et T_2. Il est connu qu'un tube monté en cathodyne représente une source ayant une résistance interne égale à $\frac{1}{p}$ (p = pente du tube).

Quel que soit le montage de neutrodyne appliqué aux tubes T_1 et T_2, le fait de ramener l'impédance à l'entrée de ces tubes, de quelques milliers d'ohms à quelques dizaines d'ohms rend la réaction négligeable de la sortie sur l'entrée de l'étage. La stabilité de ce dernier contre des accrochages parasites se trouve d'ailleurs, de ce fait, renforcée.

L'inverseur d'impédance des grilles, monté à l'entrée des tubes T_3 et T_4, fonctionne avec un courant constant de grille T_3, la résistance de régulation R_2 devient inutile. Les tubes T_1 et T_2 se trouvent ainsi excités en quadrature de phase avec une amplitude indépendante du taux de modulation.

L'inconvénient 4 a été éliminé grâce au montage en cathodyne des tubes modulateurs T_5 et T_6. On règle le rapport d'amplitudes B. F. de modulation en agissant sur le rapport des résistances $\frac{R_2}{R_3}$ (*fig.* 6).

Enfin, l'inconvénient 5, le plus important de tous, a été pratiquement éliminé grâce à l'application de la contre-réaction globale à l'ensemble de l'émetteur avec une réaction locale dans les premiers étages de la chaîne B. F. (*fig.* 7).

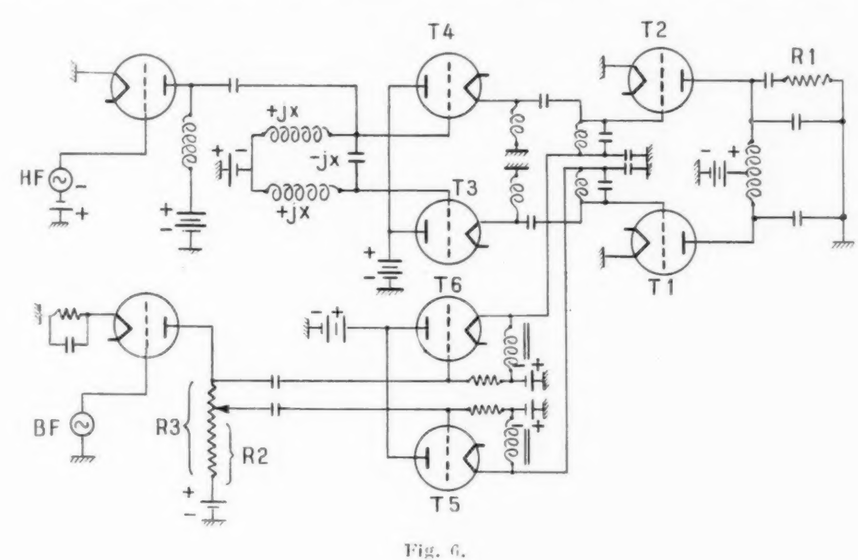


Fig. 6.

5. Étude du circuit de grille de l'étage final.

Comme il a été décrit dans le Chapitre 4, les grilles de T_1 et de T_2 sont excitées en quadrature par deux tubes montés en cathodyne ; la tension de modulation leur est appliquée en phase par deux autres tubes montés également en cathodyne.

Il en résulte que l'amplitude et la phase H. F.

et B. F. des tensions de grille de l'étage à haut rendement ne dépendent pas du courant de grille des tubes T_1 et T_2.

Nota. — Au cours de l'étude, nous admettons que les caractéristiques statiques des tubes T_1 et T_2 sont des droites équidistantes.

Posons :

V_0, V_{g_0} tensions continues d'anode et de grille ;
V_{g_h}, amplitude de la tension H. F. de grille ;
V_{g_b}, amplitude de la tension B. F. de grille pour 100 % de modulation ;

Admettons :

1° Pour $m = 1$, le tube T_1 fonctionne en classe B.
2° Pour $m = -1$, le courant d'anode de T_1 est nul.

On peut établir les trois équations suivantes :

$$(41)\qquad (\mu V_{g_0}) - V_0 + \mu V_{g_b} = 0,$$

$$(42)\qquad 2 I_{cr.} = (\mu V_{g_0} + V_0 + \mu V_{g_b}) + (\mu V_{g_h} - V_{cr.}),$$

$$(43)\qquad \mu V_{g_0} + V_0 - \mu V_{g_b} + \mu V_{g_h} = 0.$$

Posons encore

$$a = \frac{Z_{cr.}}{\rho};$$

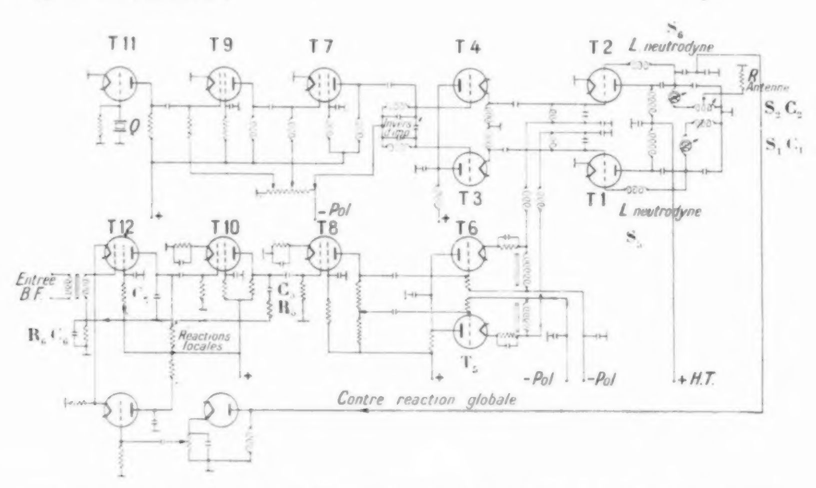


Fig. 7. — Schéma de principe de l'émetteur expérimental S. I. F. à haut rendement.

$V_{cr.}$, amplitude maximum de la tension H. F. d'anode en crête de modulation ;
$I_{cr.}$, amplitude de la composante fondamentale du courant H. F. d'anode en crête de modulation ;
i, valeur instantanée du courant d'anode ;
ρ, μ, p, respectivement la résistance interne, le coefficient d'amplification et la pente des tubes ;
m_0, taux de modulation $m = m_0 \sin \Omega t$;
θ_0, demi-angle d'ouverture du courant d'anode $\theta = \omega t$.

5. 1. Régime du tube des creux T_1. — L'équation générale du tube peut s'exprimer par

$$(40)\qquad \rho i = [\mu V_{g_0} + \mu m V_{g_b} + V_0] + \{\mu V_{g_h} - V_{cr.}[1 + m - \psi(m)]\} \cos\theta.$$

Pour déterminer V_{g_0}, V_{g_b} et V_{g_h}, il faut établir trois équations indépendantes.

$Z_{cr.}$, impédance de charge des tubes T_1 et T_2 en crête de modulation.

Admettons

$$V_{cr.} = 0{,}9\, V_0.$$

On en déduit :

La tension d'excitation H. F.

$$(44)\qquad V_{g_h} = \frac{V_{cr.}}{\mu}\left(\frac{a+2}{a}\right).$$

La tension maximum B. F. de modulation

$$(45)\qquad V_{g_b} = \frac{V_{cr.}}{2\mu}\left(\frac{a+2}{a}\right).$$

La tension de polarisation pour un taux de modulation de 100 %

$$(46)\qquad V_{g_0} = -\frac{V_{cr.}}{\mu}\left(\frac{1{,}6\, a + 1}{a}\right).$$

Il reste à déterminer si le régime en porteuse défini au Chapitre 3 peut être réalisé avec les ten-

sions de grille calculées ci-dessous et notamment si l'on peut conserver une tension de polarisation fixe.

Pour $m = 0$, on a

$$(47) \qquad \beta I_{\text{max. port.}} = (\mu V_{g_0} + V_0) + \mu V_{g_h} - 0{,}9 V_{\text{cr.}}$$

La composante fondamentale du courant H. F. d'anode est égale à $\frac{I_{\text{cr.}}}{2}$.

D'après van der Pol, entre la composante fondamentale et la valeur maximum du courant d'anode, il existe la relation

$$\beta_p = \frac{I_{\text{cr.}}}{2 I_{\text{max. port.}}} = \left[\frac{\theta_{0_p} - \sin\theta_{0_p}\cos\theta_{0_p}}{\pi(1 - \cos\theta_{0_p})}\right],$$

θ_{0_p}, demi-angle d'ouverture du courant d'anode en porteuse.

D'autre part :

$$\cos\theta_{0_p} = \frac{-\mu V_{g_0} - V_0}{\mu V_{g_h} - 0{,}9 V_{\text{cr.}}}.$$

De ces relations, on déduit que $\beta_p \simeq 0{,}4$:

$$(48) \qquad V_{g_0\,\text{port.}} = -\frac{V_{\text{cr.}}}{\mu}\left(\frac{1{,}2a + 0{,}75}{a}\right).$$

La tension de polarisation en porteuse doit être plus faible en porteuse que pour 100 % de modulation

$$(49) \qquad \frac{(V_{g_0})_{100\,\%\,\text{mod.}}}{(V_{g_0})_{\text{port.}}} = \left(\frac{1{,}6a + 1}{1{,}2a + 0{,}75}\right) = \sigma.$$

Quelle que soit la valeur de a, σ est voisin de 1,3.

Le moyen le plus simple pour rendre la tension de polarisation variable en fonction du taux de modulation consiste à intercaler en série avec la grille de T_1 une résistance, telle que l'autopolarisation

$$(50) \qquad R\,(I_{g_{0m_0=1}} - I_{g_{0m=0}}) = 0{,}3 (V_{g_0})_{\text{port.}}$$

La résistance R doit être shuntée par une capacité C telle que

$$\frac{1}{C\Omega} \quad R \quad \frac{1}{C\omega},$$

$I_{g_{0m_0=1}}$, courant moyen de grille pour 100 % de modulation ;

$I_{g_{0m_0=0}}$, idem en porteuse.

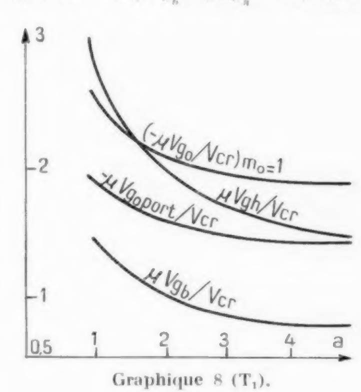
5.2. RÉGIME DU TUBE DES CRÊTES T_2. — On procède pour le tube T_2 de la même manière que pour le Tube T_1.

On admet que T_2 fonctionne pour $m = 1$ en classe B et que $i = 0$ pour $m = -0{,}2$ (*voir* Chapitre 3.2) :

$$(51) \qquad \mu V_{g_0} + V_0 \quad \mu V_{g_b} = 0.$$

$$(52) \qquad 2\beta I_{\text{cr.}} = (\mu V_{g_0} + V_0 + \mu V_{g_b}) + (\mu V_{g_h} - V_{\text{cr.}}).$$

$$(53) \qquad \mu V_{g_0} + V_0 - 0{,}2\mu V_{g_b} + \mu V_{g_h} - 0{,}4 V_{\text{cr.}} = 0.$$



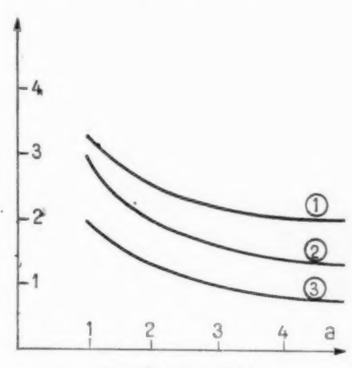
Graphique 8 (T_1).

De ces trois relations, on déduit

$$(54) \qquad V_{g_h} = \frac{V_{\text{cr.}}}{\mu}\left(\frac{a + 2}{a}\right),$$

$$(55) \qquad V_{g_b} = \frac{V_{\text{cr.}}}{2\mu}\left(\frac{a + 3{,}3}{a}\right),$$

$$(56) \qquad V_{g_0} = -\frac{1{,}6 V_{\text{cr.}}}{\mu}\left(\frac{1 + 1{,}05a}{a}\right).$$



Graphique 9 (T_2).

Courbe 1 : $\frac{-\mu V_{g_0}}{V_{\text{cr.}}}$.

Courbe 2 : $\frac{\mu V_{g_h}}{V_{\text{cr.}}}$.

Courbe 3 : $\frac{\mu V_{g_b}}{V_{\text{cr.}}}$.

5.3. RAPPORT DES TENSIONS H. F., B. F. ET DE POLARISATION DES TUBES T_1 ET T_2. — Rapport des excitations H. F. :

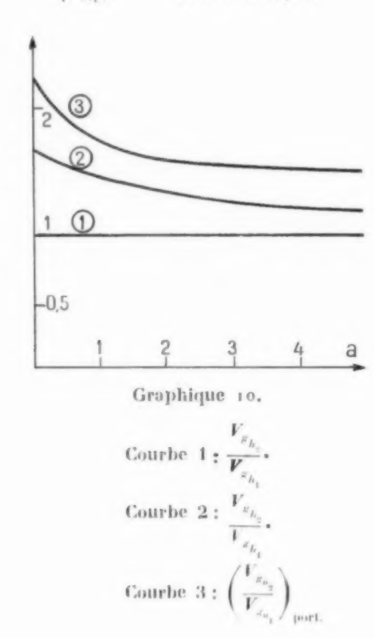
$$(57) \qquad \frac{V_{g_{h_2}}}{V_{g_{h_1}}} = 1 \qquad \text{(en module)}.$$

Rapport des tensions B. F. :

$$\frac{V_{g_{b_2}}}{V_{g_{b_1}}} = \frac{a + 3.3}{a + 2}. \tag{58}$$

Rapport des polarisations fixes :

$$\left(\frac{V_{g_{o_2}}}{V_{g_{o_1}}}\right) = 1,6\left(\frac{1 + 1,05a}{1,2a + 0,75}\right). \tag{59}$$



Graphique 10.

Courbe 1 : $\frac{V_{g_{b_2}}}{V_{g_{b_1}}}$.

Courbe 2 : $\frac{V_{g_{b_2}}}{V_{g_{b_1}}}$.

Courbe 3 : $\left(\frac{V_{g_{o_2}}}{V_{g_{o_1}}}\right)_{\text{port.}}$

6. Description de l'émetteur expérimental SIF à haut rendement.

6.1. Description du schéma. — Le schéma de principe de l'émetteur est représenté par la figure 7.

Il comprend une chaîne H. F. et une chaîne B. F.

La chaîne H. F. comprend cinq étages : un étage oscillateur, un étage séparateur, un étage amplificateur classe C, un étage classe C monté en cathodyne et équipé avec deux tubes T_3 et T_4, excités en quadrature et l'étage final modulé par contrôle de grille à haut rendement.

En régime d'onde porteuse, le tube T_1 fournit 90 % de la puissance utile, T_2 n'en fournit que 10 %. En crête de modulation, il y a équipartition de la puissance instantanée maximum entre T_1 et T_2.

La résistance R_1 représente la charge d'antenne. S_1C_1 et S_2C_2 sont deux circuits accordés sur la fréquence nominale et couplés entre eux. Ils forment un inverseur d'impédance (*voir* Annexe III). Les selfs S_5 et S_6 accordées avec les capacités grille-anode des tubes T_1 et T_2 sur la fréquence nominale, assurent le neutrodynage de l'étage final.

La chaîne B. F. comprend quatre étages dyssymétriques classe A et un détecteur de contre-réaction. Le premier étage B. F. reçoit sur sa grille le signal à amplifier et sur sa cathode la tension de contre-réaction globale. Le réseau R_5-C_5, R_6-C_6 ramène de la sortie du deuxième étage B. F. vers la grille du premier étage B. F., une tension en phase avec le signal extérieur. Pour les fréquences ultra-acoustiques, la réaction locale devient négative grâce au pont capacitif formé par C_7-C_6.

L'étage final B. F. comprend deux tubes montés en cathodyne et excités en phase. Le tube T_5 module le tube des creux T_1, tandis que le tube T_6 module le tube des crêtes T_2.

On règle le rapport des tensions B. F. de modulation à la sortie des tubes T_5 et T_6 en agissant sur le rapport des résistances R_2 et R_3.

6.2. Calcul de l'étage final. — *Données* :

Puissance utile en porteuse : 18 kW ;
Tension continue d'anode : 17 kV ;
Taux maximum de modulation : 100 %.

Admettons une tension de déchet d'anode en crête de modulation égale à 1500 V.

La tension oscillante d'anode en crête de modulation

$$V_{\text{cr.}} = 15\,500 \text{ V}.$$

La composante fondamentale H. F. du courant d'anode en crête de modulation est

$$I_{\text{cr.}} = \frac{P_{\text{ut. cr.}}}{V_{\text{cr.}}} = \frac{72\,000}{15\,500} = 4,64 \text{ amp.}$$

L'amplitude maximum du courant d'anode en crête est

$$I_{\text{max. cr.}} = 2 I_{\text{cr.}} = 9,28 \text{ amp.}$$

Circuit d'anode. — L'impédance de charge en crête de modulation

$$Z_{\text{cr.}} = \frac{V_{\text{cr.}}}{I_{\text{cr.}}} = 3\,340\ \Omega.$$

La résistance de charge de l'antenne aux bornes de T_2 est

$$R_1 = \frac{Z_{\text{cr.}}}{2} = 1\,670\ \Omega.$$

L'inductance mutuelle entre S_1 et S_2 est donnée par

$$M = \frac{L_1 L_2 \omega}{Z_{\text{cr.}}}.$$

L_1C_1 et L_2C_2 sont accordés sur la fréquence de

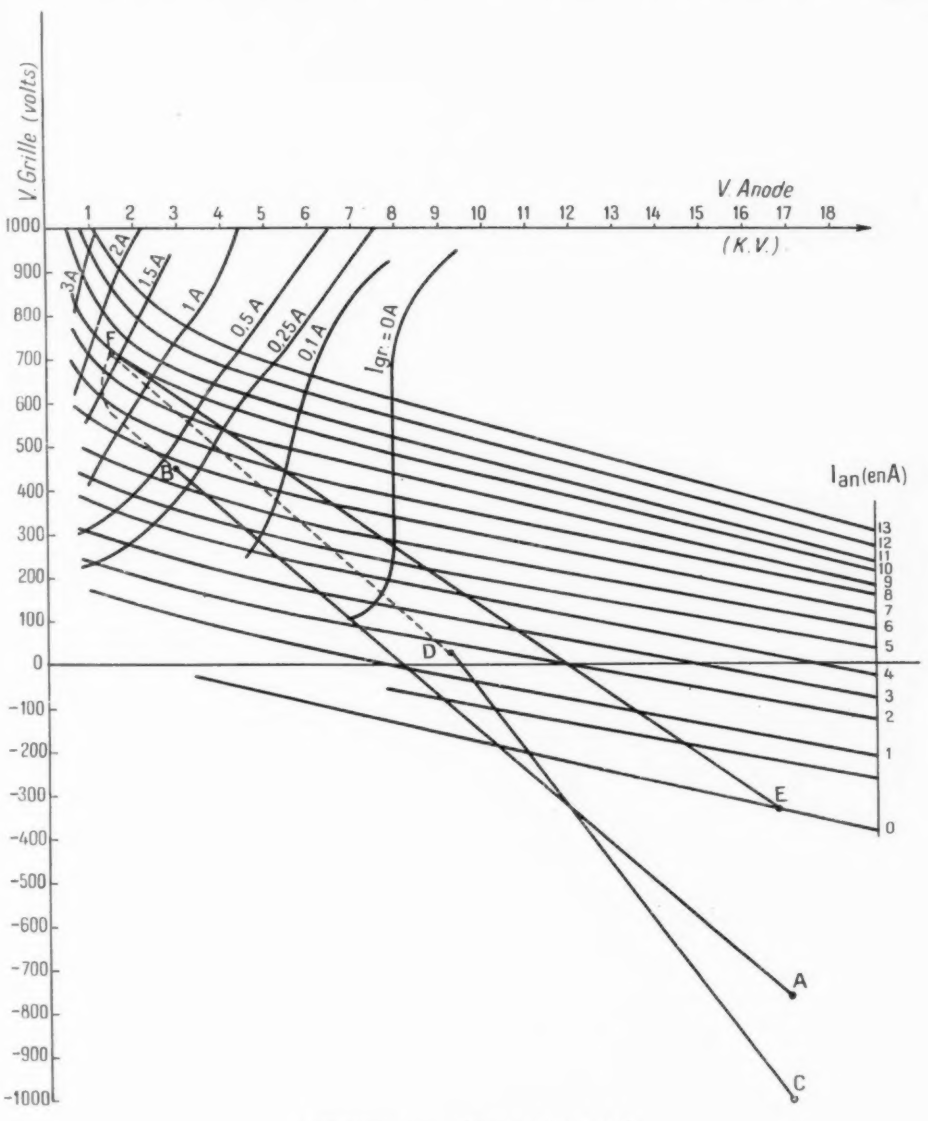
fonctionnement, leur coefficient de surtension étant compris entre 10 et 15.

Les tensions de grille (de polarisation, d'excitation H. F. et de modulation B. F.) se déduisent des graphiques 8, 9 et 10).

Sur le graphique 11, on a tracé les caractéristiques dynamiques des tubes T_1 et T_2 en porteuse et pour le régime de 100 % de modulation.

6.3. Résultats expérimentaux. — Les résultats de calcul concernant le régime de fonctionnement de l'amplificateur à haut rendement ont été vérifiés avec une très bonne approximation à la station expérimentale du Département Industriel S. I. F., installée à Boutigny, au sud de Paris.

Dans le tableau ci-après se trouvent réunies les



Graphique 11. — Tube 25 kW S. I. F.

AB, droite de charge de T_1 pour $m = 0$; CD, droite de charge de T_2 pour $m = 0$; EF, droite de charge de T_1 et T_2 pour $m = 1$.

performances techniques essentielles de l'émetteur 18 kW considéré.

Le K. F., le bruit de fond et le spectre de fréquences ont été relevés avec et sans contre-réaction.

Le taux de contre-réaction était de 35 à 40 db dans la bande 50-2000 c : s et 20 à 25 db aux extrémités de la bande passante.

			Sans contre-réaction.	Avec contre-réaction + réaction.
Puissance utile en porteuse..........	18 kW	Klirrfaktor (Pour 3000 > f > 50 et m < 95 %)	4 à 6 %	< 1 %
Rendement anodique de l'étage final..	73 %	Pour 6000 > f > 30 et m < 0.6.	4 à 6 %	< 1 %
		m < 0.9	7 à 9 %	< 1.2 %
Rendement global de l'émetteur.....	43 %	Courbe du spectre de fréquences :		
		Entre 50 et 5000 c : s	∓ 2,5 db	∓ 0,5 db
		30 et 10 000 c : s	∓ 4 db	∓ 0,5 db
Modulation parasite de phase pour pour 30 < f < 5000 c : s et m < 0.9.	< 3°	Rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$	32 db (*)	65 db

(*) Pour mettre mieux en évidence les avantages offerts par la réaction locale combinée avec une contre-réaction globale, tous les tubes, y compris les tubes de puissance, ont été chauffés en *courant alternatif monophasé.*

On a vérifié expérimentalement que les performances de la colonne 2 (avec contre-réaction) restaient pratiquement constantes malgré des variations importantes des tensions d'alimentation et malgré des déréglages intentionnels des circuits H. F. et B. F.

C'est au cours de ces déréglages que l'on a pu se rendre compte à quel point un taux de contre-réaction (40 db) assure à l'émetteur une parfaite stabilité des performances et une grande sécurité d'exploitation. Le niveau de contre-réaction utile a été réglé à 9 db du taux critique.

On a vérifié également qu'en cas de changement de longueur d'onde, aucune retouche n'était nécessaire aux réglages de la contre-réaction. La durée du changement de longueur d'onde de l'émetteur n'a pas dépassé 5 mn.

7. **Conclusions.**

De l'étude théorique et des essais effectués par le Département Industriel S. I. F., on peut conclure qu'en appliquant aux émetteurs de radiodiffusion en ondes longues et en ondes moyennes le système de modulation par contrôle de grille à haut rendement du dernier étage avec une contre-réaction globale combinée avec une réaction locale [1], on peut réaliser des émetteurs de grande puissance à hautes performances techniques, ayant des commodités d'exploitation analogues à celles des émetteurs modulés par contrôle d'anode.

Par rapport à ces derniers, ils offrent les avantages suivants :

1° Une économie importante des frais d'immobilisation et d'exploitation :

a. suppression du modulateur et des organes de modulation de puissance ;

b. équipement en tubes plus réduit et rendement global plus élevé.

2° Un encombrement plus réduit de l'ensemble.

3° Des facilités techniques pour la contre-réaction, grâce à la suppression du transformateur de modulation push-pull.

ANNEXE I.

CRITIQUE DE LA THÉORIE SIMPLIFIÉE.

Posons pour le tube des crêtes T_2 :

V_0 et V_{g_0}, tensions continues d'anode et de grille;
V_{gh}, tension d'excitation haute fréquence;
V_{gb}, tension basse fréquence de modulation pour 100 % de modulation;
V_{cr}, tension haute fréquence d'anode en crête de modulation;
i_2, intensité du courant instantané d'anode;
I_M, intensité du courant maximum d'anode;
I_2, intensité de la composante fondamentale du courant d'anode;
ρ, μ et p, résistance interne, coefficient d'amplification et pente du tube;
m, degré de modulation $m = m_0 \sin \Omega t$;
m_0, taux de modulation;
θ_2, demi-angle d'ouverture du courant d'anode;
$\omega = 2\pi f$ (f = fréquence porteuse);
U, une constante.

Pour des caractéristiques statiques linéaires, on peut écrire

$$(1)\qquad 2i_2 = \left[V_0 + U - \mu V_{g_0} + \mu V_{g_h} m\right] + \left[\mu V_{g_h} - V_{cr.}\left(\frac{1+m}{2}\right)\right]\cos\theta.$$

En porteuse $i_2 = 0$:

$$(2)\qquad V_0 + U - \mu V_{g_0} + \mu V_{g_h} - \frac{V_{cr.}}{2} = 0.$$

Pour $\theta = 0$, $i_2 = I_{M_2}$:

$$(3)\qquad \boxed{I_{M_2} = p\left(V_{g_h} - \frac{V_{cr.}}{2\mu}\right) m.}$$

$$(4)\qquad \frac{I_{M_2}}{I_{M_2 cr.}} = m.$$

Le demi-angle d'ouverture du courant d'anode se calcule à partir de (1) et de (2) :

$$(5)\qquad \cos\theta_2 = \frac{\mu V_{g_h} - \frac{V_{cr.}}{2} - \mu V_{g_h} m}{\mu V_{g_h} - \frac{V_{cr.}}{2}(1+m)}.$$

En crête de modulation, T_2 fonctionne en classe B (hypothèse de base en vue d'une meilleure utilisation du tube T_2).

Pour $m = 1$, $\cos\theta_{2cr.} = 0$:

$$(6)\qquad \cos\theta_2 = \frac{1-m}{1 - m\left(\frac{V_{cr.}}{2\left(\mu V_{g_h} - \frac{V_{cr.}}{2}\right)}\right)} \simeq (1-m).$$

La formule de van der Pol donne

$$(7)\qquad \beta_2 = \frac{I_2}{I_{M_2}} = \frac{1}{\pi}\,\frac{\theta_2 - \sin\theta_2\cos\theta_2}{1-\cos\theta_2}.$$

Le graphique 1 donne la courbe $\beta_2 = \varphi(m)$:

$$\frac{I_2}{I_{cr.}} = \frac{I_2}{I_{M_2}}\,\frac{I_{M_2}}{I_{M_2 cr.}}\,\frac{I_{M_2 cr.}}{I_{cr.}},$$

$$(8)\qquad \boxed{\frac{I_2}{I_{cr.}} = 2\beta_2 m.}$$

L'expression (8) de l'annexe est en contradiction avec l'hypothèse de base (5) du texte $\frac{I_2}{I_{cr.}} = m$.

ANNEXE II.

CALCUL DE LA FONCTION $\frac{I_2}{I_{cr.}} = \Psi(m)$.

Le point anguleux de la courbe $\beta_2 = \varphi(m)$ (graphique 1) correspond à $\cos\theta_2 \simeq 0,8$.

En partant de l'expression (1) de l'Annexe I avec $\cos\theta_{2port.} = 0,8$, on trouve

$$(9)\qquad \cos\theta_2 = \frac{0,8(1-m)}{1-0,3m},$$

$$(10)\qquad I_{max.2} = p\left(V_{g_h} - \frac{V_{cr.}}{2\mu}\right)(0,2+m),$$

$$(11)\qquad \frac{I_{max.2}}{I_{max.2cr.}} = \frac{0,2+m}{1,2},$$

$$(12)\qquad \frac{I_2}{I_{cr.}} = \frac{\beta_2}{\beta_{2cr.}}\left(\frac{0,2+m}{1,2}\right) \quad \text{(graphique 2).}$$

$$(13)\qquad \frac{I_2}{I_{cr.}} = 0,1 + 0,6m + 0,3m^2 = \psi(m).$$

ANNEXE III.

DEUX CIRCUITS ACCORDÉS ET COUPLÉS ENTRE EUX ONT LES PROPRIÉTÉS D'UN INVERSEUR D'IMPÉDANCE.

On peut démontrer que deux circuits accordés et

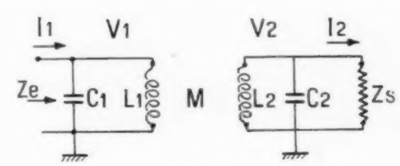


Fig. 8.

couplés entre eux se comportent comme un réseau inverseur d'impédance.

Soit :

r_1, la résistance équivalente série du circuit primaire;
r_2, la résistance équivalente série du circuit secondaire;
S_1, le coefficient de surtension du primaire;
S_2, le coefficient de surtension du secondaire.

Si le coefficient de surtension des circuits est supérieur à 5, on peut écrire sans erreur appréciable :

L'impédance de sortie :

$$(14)\qquad Z_s = \frac{L_2^2\omega_0^2}{r_2} = L_2\omega_0 S_2 = r_2 S_2^2 = \frac{L_2}{C_2 r_2}.$$

L'impédance d'entrée :

$$(15)\qquad Z_e = \frac{L_1^2\omega_0^2}{r_1} = L_1\omega_0 S_1 = r_1 S_1^2 = \frac{L_1}{C_1 r_1}.$$

Pour la figure 8 :

$$(16)\qquad r_1 = \frac{M^2\omega_0^2}{r_2}.$$

Des équations (14), (15) et (16) on peut déduire

$$Z_e = \frac{L_1^2 L_2^2 \omega_0^2}{M^2 Z_s}. \quad (17)$$

Posons

$$\frac{L_1 L_2 \omega_0}{M} = V. \quad (18)$$

L'impédance d'entrée prend la forme classique :

$$Z_e = \frac{V^2}{Z_s}. \quad (19)$$

Entre les tensions et les courants $\overline{V_e}$, $\overline{V_s}$, $\overline{I_e}$, I_s il existe les relations classiques d'amplitude et de phase des inverseurs d'impédance.

BIBLIOGRAPHIE.

1. J. Polonsky, *Perfectionnements aux amplificateurs munis d'une voie de contre-réaction* (*Annales de Radioélectricité*, juillet 1948).
2. *Bulletin S. F. R.*, septembre-octobre 1931 et mai-juin-juillet 1932.
   H. Chireix, *High power out-phasing modulation* (*Proceedings of I. R. E.*, vol. 23, 1935).
   J. Fagot, *La modulation amplitude-phase* (*Annales de Radiodiffusion*, 1943).
   H. Chireix, *Le poste de radiodiffusion le plus puissant du monde et ses aériens directifs* (*Bulletin de la Société française des Électriciens*, juin 1941).
3. Doherty, *A new high efficiency power amplifier for modulated waves* (*Proceedings of I. R. E.*, septembre 1936).
   Terman et Woodyard, *A high efficiency power grid modulated amplifier* (*Proceedings of I. R. E.*, août 1938).
   Dome, *High efficiency modulation system* (*Proceedings of I. R. E.*, août 1938).
   Vance, *A high efficiency modulation system* (*Proceedings of I. R. E.*, août 1939).
   Hochfrequenztechnik und Elektroakustik-Bosse, janvier 1939.
   Gaudernack, *A phase opposition system of amplitude modulation* (*Proceedings of I. R. E.*, août 1938).
4. Mouromtseff et Kozanowski, *Analysis of the operation of vacuum tubes as class B amplifiers* (*Proceedings of I. R. E.*, juillet 1935).
   Rubin, *La modulation sur l'anode* (*Onde électrique*, juin-juillet 1937).
5. Terman et Buss, *Some notes on linear and grid modulated radio frequency amplifiers* (*Proceedings of I. R. E.*, mars 1941).
6. W. Fitch, *Phase shift in radio transmitters* (*Proceedings of I. R. E.*, mai 1932).

L'ASPECT PHYSIQUE DE LA SOUDABILITÉ VERRE-MÉTAL DANS L'INDUSTRIE DES TUBES ÉLECTRONIQUES

PAR G. TRÉBUCHON

Chef de la Section d'Études Verres et Métaux Service Développement Lampes.
Société française Radioélectrique.

ET J. KIEFFER,

Section d'Études Verres et Métaux, Service Développement Lampes.
Société française Radioélectrique.

SOMMAIRE. — *Les auteurs se sont proposé dans cette étude d'analyser les phénomènes physiques mis en jeu dans les scellements verre-métal. Un dépouillement très précis de nombreux résultats de laboratoire industriel et l'expérience des fabrications leur ont permis de dégager des spécifications relatives à la soudabilité verre-métal, aux cycles de recuit et aux contrôles de fabrication. L'article est divisé en trois Parties ; les Parties 2 et 3 feront l'objet d'une publication ultérieure.*

PARTIE 1.

1. *Le problème de la soudabilité verre-métal au point de vue physique.*
   - 11. *Les scellements verre-métal dans la technique des tubes électroniques.*
   - 12. *Aspect chimique de la soudabilité verre-métal.*
   - 13. *Aspect physique de la soudabilité verre-métal.*
2. *Étude comparative des méthodes d'essais.*
   - 21. *Les essais de verre au fil biverre.*
   - 22. *Les essais dilatométriques.*
   - 23. *Les essais polarimétriques.*
   - 24. *Correspondance des essais dilatométriques et polarimétriques, vérification expérimentale.*
   - 25. *Essais accessoires des essais dilatométriques et polarimétriques.*
   - 26. *Exploitation des essais dilatométriques et polarimétriques.*

PARTIE 2.

3. *Établisssment du cycle de recuit optimum du verre seul.*
4. *Établissement du cycle de recuit optimum des scellements verre-métal.*

PARTIE 3.

5. *Influence de quelques variables extérieures sur les contraintes (atmosphère de recuit, humidité).*
6. *Conclusions.*

SUMMARY. — *The purpose of the authors is to analyse the physical phenomena involved in glass-to-metal seals : an thorough examinaion of extensive laboratory results together with the experience gained in actual manufacture allow them to draw up specifications for glass-to-metal sealing, annealing cycles and finished work inspection.*

The paper comprises of three Parts ; Parts 2 and 3 will be published in subsequent issues.

Introduction.

Dans la technique des tubes électroniques selon que l'on envisage le problème de la soudabilité verre-métal au point de vue contrôle (de réception ou de fabrication) ou au point de vue mise au point, on a à résoudre les deux problèmes suivants :

— soit déterminer les contraintes auxquelles donne lieu l'emploi d'un couple verre-métal et d'un traitement thermique donnés dans la réalisation d'un scellement de formes et de fonctions données ;
— soit déterminer les caractéristiques intrinsèques des matériaux du couple verre-métal et le traitement thermique à utiliser pour réaliser un scellement de formes et de fonctions données.

Le problème est très touffu du fait du nombre élevé de variables entrant en jeu et de la difficulté de leur séparation et de leur définition, en particulier : un ensemble de propriétés physico-chimiques règlent l'adhérence verre-métal — diversité des formes de scellements, diversité de leurs utilisations — limites de contraintes tolérées par le verre très variables suivant les formes, l'état de surface, l'atmosphère, etc. Il est de plus impossible de déterminer dans beaucoup de scellements l'intensité et la distribution des contraintes ; le seul point de repère est la biréfringence à laquelle elles donnent lieu.

Dans la présente étude nous ne traiterons d'ailleurs que de l'aspect physique du problème. Exploitant d'une part l'expérience de plusieurs années de fabrication, d'autre part de nombreux essais de laboratoire industriel ; notre but est d'établir rationnellement :

— une spécification des qualités de soudabilité verre-métal (définition et mesure) de façon à permettre un contrôle de réception des matériaux soudables ;
— une spécification du ou des cycles de recuit optima des pièces de verrerie et assemblages verre-métal ;
— une spécification de contrôle de fabrication de soudure verre-métal ;
— une spécification de la mise au point des qualités de soudabilité des matériaux nouveaux.

1. LE PROBLÈME DE LA SOUDABILITÉ VERRE-MÉTAL AU POINT DE VUE PHYSIQUE.

11. Les scellements verre-métal dans l'industrie des tubes électroniques.

111. DÉFINITION. — Dans l'industrie des tubes électroniques on appelle scellement verre-métal la réunion intime d'un verre minéral et d'un matériau métallique (métal ou alliage) obtenue généralement par fusion du verre au contact du métal.

112. Classification. — Pour examiner très rapidement tous les types de scellements couramment utilisés, Monack [1] les a classés (*voir* tableau I) :

— soit d'après la fonction de la pièce métallique scellée ;

— soit d'après la géométrie du scellement ;
— soit d'après le type de verre utilisé.

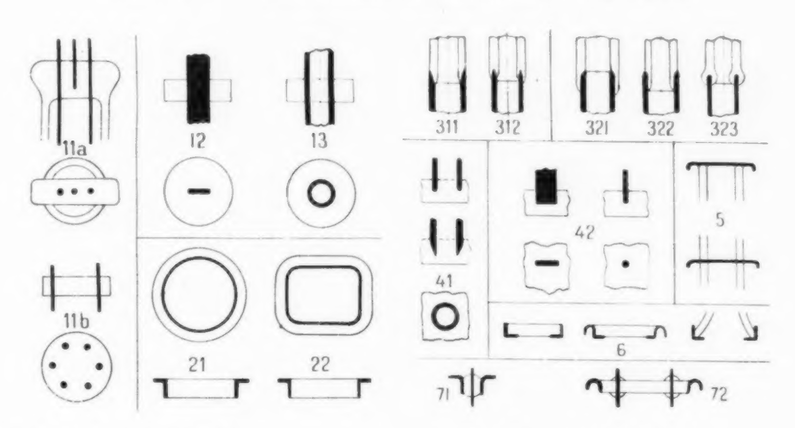
113. Propriétés exigées. — On exige des scellements verre-métal les propriétés suivantes :

— Ils doivent pouvoir remplir le rôle qui leur est assigné par la fonction des pièces métalliques scellées : propriétés diverses suivant les cas (*voir* tableau I) ;

— ils doivent demeurer étanches au vide poussé malgré les différents agents perturbateurs inhérents au fonctionnement du tube ou extérieurs : tensions électriques continues ou alternatives, basse ou haute fréquence appliquées entre les différentes électrodes, température de fonctionnement, chocs thermiques, mécaniques, électriques, conditions atmosphériques extérieures, etc. ;

— ils doivent être économiquement réalisables à l'unité et le plus souvent en série.

Tableau I. — Classification des scellements verre-métal.



D'après la fonction de la partie métallique :

— traversée de courant ;
— support d'électrode ;
— traversée de courant et support d'électrode ;
— électrode ;
— fenêtre d'enveloppe.

D'après la géométrie :

1. Scellement interne.
   - 11. Fil ou tige.
   - 12. Ruban.
   - 13. Tube.
2. Scellement externe.
   - 21. Disque fretté.
   - 22. Plateau fretté.
3. Scellement tubulaire.
   - 31. Sur bord aminci.
     - 311. Externe.
     - 312. A cheval.
   - 32. Sur bord arrondi.
     - 321. Interne.
     - 322. Externe.
     - 323. A cheval.
4. Scellement en bout.
   - 41. Tubulaire.
   - 42. Non tubulaire (piquage).
5. Scellement à plat.
6. Scellement fenêtre.
7. Scellement composé.
   - 71. Œillet.
   - 72. Pied fretté.

12. Aspect chimique de la soudabilité verre-métal.

Les propriétés chimiques ou physico-chimiques des deux matériaux en présence conditionnent partiellement les propriétés exigées d'un scellement verre-métal en particulier la qualité de l'adhérence du verre sur le métal.

Nous ne nous proposons pas d'examiner cet aspect du problème de la soudabilité et dans toute la suite de notre étude nous supposerons que les propriétés chimiques ou physico-chimiques des

matériaux en présence permettent d'obtenir une adhérence convenable [1, 2].

13. Aspect physique de la soudabilité verre-métal.

131. Sur quelles bases nous abordons le problème du point de vue physique. — 1311. L'aspect physique du problème de la soudabilité verre-métal est dominé par le traitement de recuit du verre.

Nous ne nous attacherons d'ailleurs qu'à l'aspect purement physique du recuit [3], c'est-à-dire que nous identifierons le recuit au traitement susceptible d'atténuer ou d'éliminer les contraintes que nous considérons comme la cause de tous les défauts du verre trempé et dont la présence se manifeste par une biréfringence plus ou moins accentuée ; nous laisserons de côté l'aspect physico-chimique c'est-à-dire les modifications ou réarrangements se produisant dans l'état structural [4, 5].

Nous dirons qu'une pièce de verrerie sera recuite lorsqu'elle se présentera comme un corps isotrope vis-à-vis de la lumière polarisée.

1312. Nous supposerons connues les propriétés thermovisqueuses des verres [3, 6] et n'aurons d'ailleurs à faire appel qu'aux notions de domaine de température de travail, domaine de température de transformation, domaine de température de recuit.

Nous considérerons le verre se comportant comme un solide plastique parfait (faible viscosité) aux températures supérieures à celles du domaine de transformation, comme un solide élastique parfait (très grande viscosité) aux températures inférieures à celles du domaine de recuit et enfin comme un solide partiellement plastique et partiellement élastique dans les domaines de transformation et de recuit.

1313. Nous ne considérerons d'autre part que le cas des matériaux métalliques soudables, homogènes et ne présentant pas de phénomènes de relaxation ou fluage dans les domaines de températures considérés.

132. Les contraintes. Leurs origines. — 1321. *Pendant le façonnage du scellement.* — 13211. *Apparition des contraintes.* — Le façonnage d'un scellement verre-métal s'effectue à une température à laquelle le verre est suffisamment plastique pour épouser exactement toutes les formes du métal.

Au cours du refroidissement :

— dans toute la zone de température au-dessus du domaine de transformation (verre plastique) le verre suivra exactement toutes les déformations imposées par la contraction du métal sans qu'il y ait création de contraintes ;

— dans les domaines de transformation et de recuit (verre partiellement plastique et partiellement élastique) il se développera des contraintes dues aux contractions différentes du verre et du métal, mais une partie de ces contraintes disparaîtra par suite de la plasticité partielle du verre [4, 7], d'autre part des contraintes permanentes dues aux hétérogénéités de température pourront prendre naissance si le refroidissement trop rapide provoque une anisothermie ;

— dans toute la zone de température au-dessous du domaine de recuit (verre élastique), le verre suit d'une façon élastique les déformations du métal et des contraintes permanentes prennent naissance à la suite des contractions différentes verre-métal (nous supposons l'adhérence verre-métal conditionnée par les propriétés chimiques, parfaitement réalisée). Des contraintes dues aux hétérogénéités de température peuvent aussi prendre naissance, mais elles ne seront que passagères.

13212. *Contraintes à la température ambiante.* — En résumé dans notre scellement verre-métal ramené à la température ambiante nous trouverons dans le verre :

— des contraintes permanentes dues aux hétérogénéités de température au moment de la traversée des domaines de transformation et de recuit ;

— des contraintes permanentes dues aux contractions différentielles verre-métal au moment de la traversée des domaines de transformation et de recuit (modifiées par le phénomène de relaxation) et de toute la zone de température au-dessous du domaine de recuit.

En outre ces contraintes pourront être modifiées par une détérioration de l'adhérence verre-métal provoquée soit par les atmosphères de recuit soit par les atmosphères de stockage.

— *nous dirons qu'un scellement verre-métal est recuit lorsqu'à la temperature ambiante ne persistent que les contraintes permanentes dues aux contractions différentielles verre-métal.*

1322. *Pendant l'utilisation du scellement.* — Signalons que certains facteurs inhérents à l'utilisation

ou à la fonction du scellement ont pour effet de modifier l'intensité et la distribution spatiale de ces contraintes :

— soit d'une façon passagère (températures inférieures à la température inférieure de recuit, hétérogénéités de température, chocs thermiques, etc.) ;
— soit d'une façon progressive et permanente (phénomène d'électrolyse, effet de l'humidité atmosphérique, etc.).

133. Facteurs régissant les contraintes a la température ambiante. — Nous pouvons maintenant expliciter tous les facteurs qui vont régir les valeurs des contraintes à l'ambiante dans les scellements verre-métal.

1331. *Les variables intrinsèques des matériaux.* — *a. la courbe de dilatation du métal.* — Pratiquement nous aurons affaire à deux grandes classes de matériaux métalliques :

— ceux à courbe de dilatation sensiblement linéaire dans le domaine d'emploi comme le Molybdène ou le Dilver O (*fig.* 1) ;
— ceux à courbe de dilatation présentant des changements de pente comme le Dilver P (*fig.* 1).

b. La courbe de dilatation du verre et ses propriétés thermovisqueuses [5, 6] : tandis que la différence de dilatation verre-métal va commander partiellement l'intensité des contraintes élastiques, les propriétés thermovisqueuses commandent totalement ou en partie les facteurs du *cycle de recuit du verre* : la température de recuit, la durée du palier, la vitesse de refroidissement.

c. Les modules d'Young et de Poisson des matériaux [7, 8]. — Selon la théorie de Lamé ces caractéristiques conditionnent la valeur des contraintes développées dans les corps élastiques.

1332. *Les variables de forme.* — Les dimensions et les formes du scellement verre-métal interviennent du fait que dans le domaine élastique l'intensité et la distribution spatiale des contraintes sont non seulement fonction des variables intrinsèques des matériaux, mais également de la géométrie du scellement.

Ces variables conditionnent donc le cycle de recuit conjointement aux variables intrinsèques :
— la durée de palier à la température (temps de relâchement des contraintes fonction de leur intensité) ;
— la relaxation des contraintes dans le domaine de recuit (fonction de l'intensité des contraintes) ;
— la vitesse de refroidissement (isotropie thermique plus facile à obtenir pour les pièces peu volumineuses).

1333. *Les variables extérieures.* — Influence des atmosphères de recuit ou de stockage sur l'adhérence verre-métal se traduisant par une modification de l'intensité et de la distribution spatiale des contraintes (décollements aux extrémités des scellements).

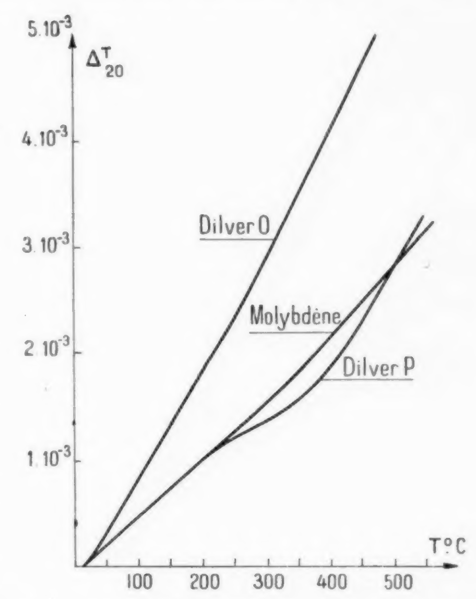


Fig. 1. — Courbes des allongements unitaires de métaux et alliages soudables en fonction de la température.

2. ÉTUDE COMPARATIVE DES MÉTHODES D'ESSAIS.

1. Les essais des verres au fil biverre.

M. Violet [2] et M. Danzin [10] ont décrit et codifié le procédé d'essai des verres dit du fil *biverre*.

Cet essai permet de suivre avec une grande sensibilité les fluctuations du coefficient de dilatation d'un verre en fabrication suivie. Il ne peut donner de bons résultats lors de la comparaison de verres de familles différentes (propriétés thermovisqueuses différentes).

22. Les essais dilatométriques.

Les essais dilatométriques sont classiques. Nous voulons simplement signaler ce qu'ils permettent d'atteindre.

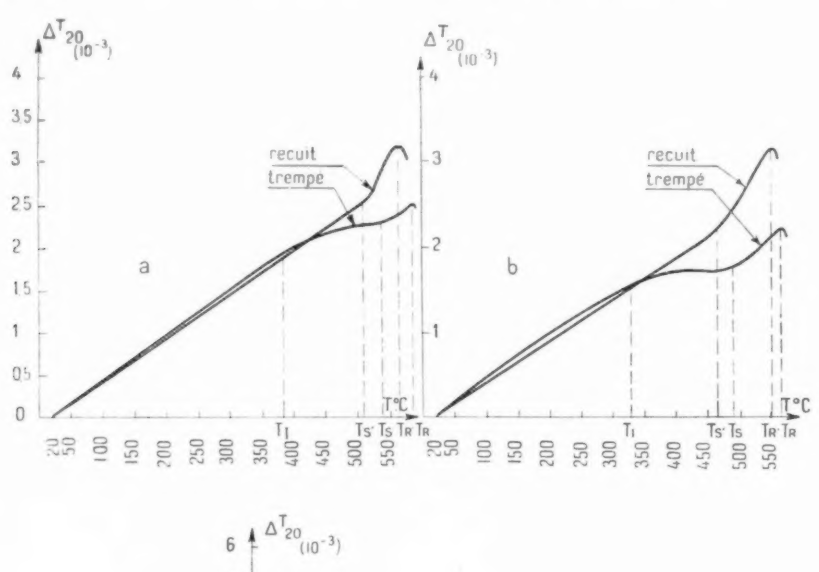
221. L'ESSAI DILATOMÉTRIQUE DIT ABSOLU (appareillage Pellin, par exemple). — Ce procédé n'a pas été utilisé par nous ; rappelons qu'il permet d'obtenir (connaissant la dilatation de la silice) :

2211. *La courbe de dilatation vraie des matériaux* : $\left(\Delta_{20}^{T}\right)_{M}\left(\Delta_{20}^{T}\right)_{V}$, allongements unitaires du métal

2212. *Les coefficients de dilatation des matériaux* :

$\alpha_{m}{}_{20}^{T} = \frac{\Delta_{20}^{T}}{T - 20}$, coefficient moyen entre 20°C et T°C ; pris en général dans l'étude des verres entre 20°C et 300°C ;

$\alpha_{T} = \left(\frac{d\Delta_{20}^{T}}{dt}\right)_{T}$, coefficient vrai à T° C.



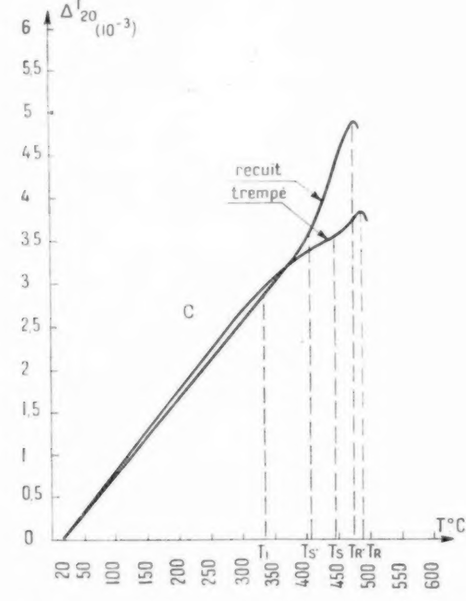
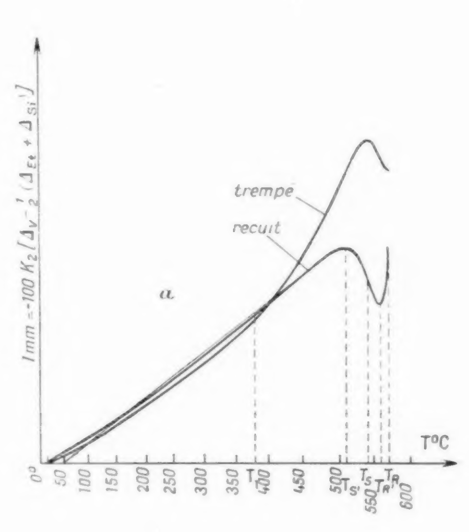


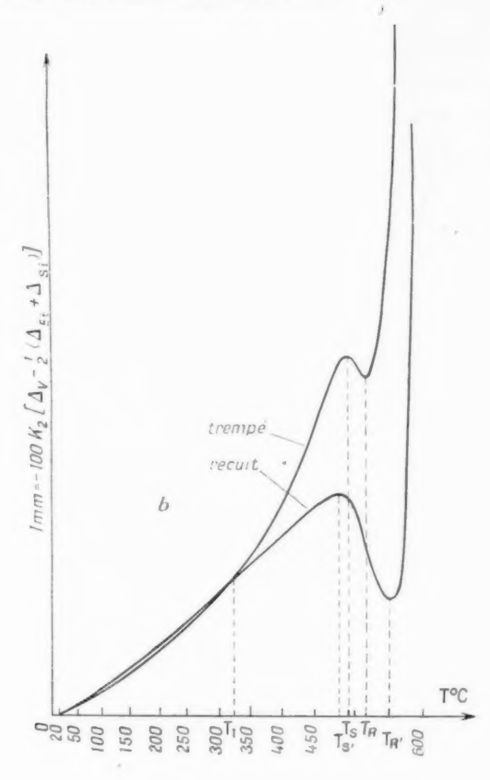
Fig. 2. — Courbes des allongements unitaires absolus de quelques verres en fonction de la température. *a*. A.119.1841 trempé et recuit; *b*. L.621 trempé et recuit; *c*. Télévic.7.2.49 trempé et recuit.

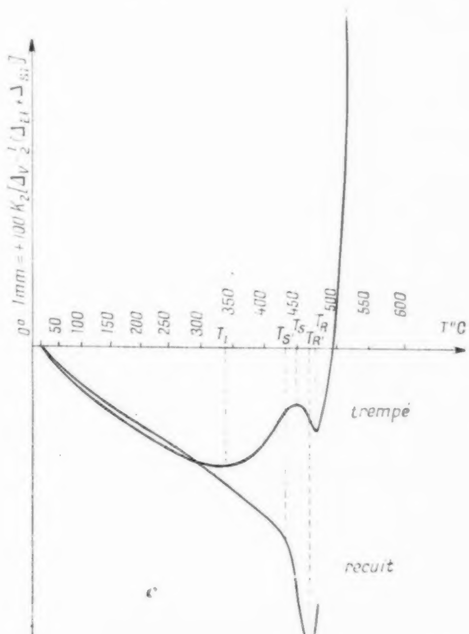
ou du verre entre 20° C et T° C en fonction de la température (*fig.* 1 et 2).

2213. *Les températures caractéristiques des matériaux* [3, 6] :

Fig. 3. — Courbes dilatométriques différentielles pyros-verre obtenues au dilatomètre différentiel à enregistrement photographique Chevenard. (échelle grandeur : longueur étalon pyros = 50 mm ; longeur échantillon verre = 100 mm.) Coefficient d'amplification suivant l'axe des x : $K_1 = 131$. Coefficient d'amplification suivant l'axe des y : $K_2 = 285,7$.







a. A.119.1841 trempé et recuit; *b*. L..621 trempé et recuit; *c*. Télévic.7.2.49 trempé et recuit.

températures de transformation du métal;

T_I, température inférieure de recuit ou température de trempe du verre;

T_S, température supérieure de recuit du verre trempé;

T'_S, température de transformation du verre recuit;

T_R, température de ramollissement dilatométrique (*figures* 1 et 2).

soudables tout au moins dans le domaine de température où le verre peut être considéré comme solide élastique.

223. Remarques sur les essais dilatométriques. — Quel que soit l'appareillage employé, il y a lieu de travailler dans des conditions identiques pour obtenir des résultats comparables.

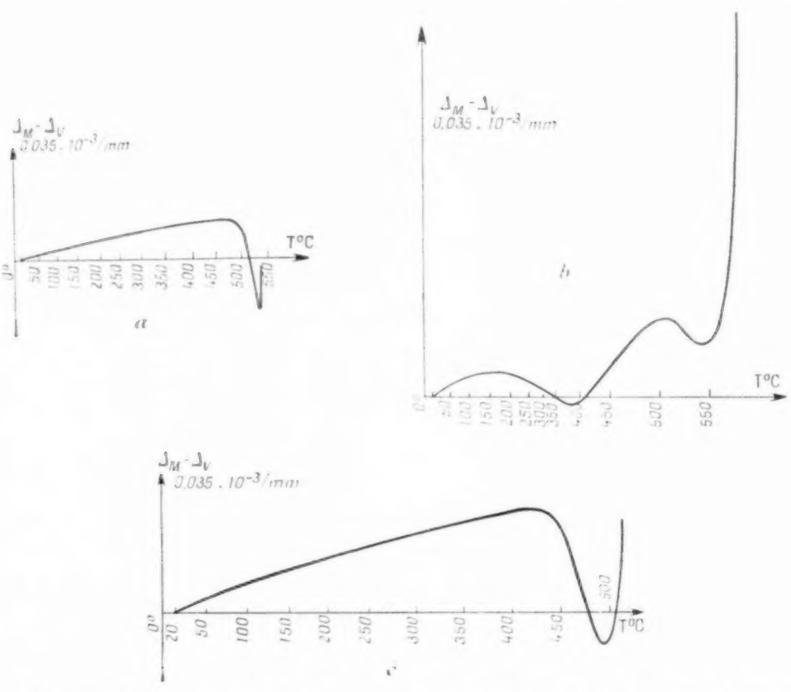


Fig. 4. — Courbes de différences d'allongements unitaires métal-verre obtenues au dilatomètre différentiel à enregistrement photographique Chevenard. (échelle grandeur : longueur échantillon verre = longueur échantillon métal = 100 mm). Coefficient d'amplification suivant l'axe des x : $K_1 = 131$. Coefficient d'amplification suivant l'axe des y : $K_2 = 85,7$.

a. Moly A.119.1841 recuit; *b*. Dilver P. L.621 recuit; *c*. Dilver O Télévie. 7.2.49 recuit.

222. Les essais dilatométriques différentiels (appareillage Chevenard, par exemple). — Ce procédé a été expérimenté par nous en utilisant comme étalon de référence :

2221. *Soit l'étalon de dilatation* : *alliage pyros* ($\alpha_m{}^{500}_{20} = 139,5.10^{-7}$). — Cet essai permet de déterminer les mêmes caractéristiques que l'essai dit absolu (*voir* courbes réelles *fig.* 3).

2222. *Soit le métal sur lequel doit se souder le verre.* — Ce dernier essai (*voir* courbes réelles *fig.* 4) exécuté sur verre recuit permet de se rendre aisément compte des dilatations différentielles verre-métal

La détermination des températures caractéristiques est beaucoup plus aisée sur une courbe différentielle par rapport au pyros que sur une courbe dite absolue (comparer les courbes des figures 2 et 3). Dans notre expérimentation nous avons travaillé avec $L_{Ech} = 100$ mm et $L_{Et} = 50$ mm, cela se traduit par un petit déplacement en température des points caractéristiques mais peu sensible, étant donnée la variation rapide de α du verre autour de ces points.

Sur T_S, par exemple, pour un verre donné on obtient ± 5° C (précision + fidélité), et ceci que la baguette ait été trempée à l'air par étirage à partir du pot de fusion ou par travail au chalumeau.

23. Les essais polarimétriques.

231. Les bases de départ. Contraintes. Biréfringence [8]. — Nous savons qu'en un point P d'un corps élastique obéissant à la loi de Hooke, et soumis à un système de forces quelconques se développent des forces élastiques compensées à l'état d'équilibre par l'apparition de contraintes égales et de signe contraire ; ce sont ces contraintes dont nous avons examiné l'origine dans un scellement verre-métal qui donnent naissance dans le verre au phénomène de biréfringence sur lequel sont basés les essais polarimétriques.

On définit au point P (*fig.* 5) la contrainte S relative à l'élément de surface $d\sigma$ de normale N comme étant la valeur limite des contraintes s'exerçant à travers le triangle ABC ayant N comme normale, et se rapprochant indéfiniment de P (une convention de sens sur la normale permet de définir des contraintes positives ou négatives : compressions ou extensions). La contrainte totale S peut d'ailleurs être décomposée en une contrainte normale n et une contrainte tangentielle s.

Le lieu des sommets des vecteurs $\rho = \frac{1}{\sqrt{n}}$ suivant la normale N lorsque $d\sigma$ occupe toutes les directions autour de P est une *quadrique dite de Cauchy*. Cette quadrique, formée de deux hyperboloïdes conjugués possédant le même cône asymptote lorsque autour de P il existe de la compression et de l'extension, se réduit à un ellipsoïde lorsque autour de P il n'existe que de la compression ou de l'extension.

La quadrique de Cauchy permet de déterminer pour les éléments $d\sigma$:

— la nature de la contrainte : extension ou compression ;
— la grandeur de la contrainte normale $n = \frac{1}{\rho^2}$;
— la direction de la contrainte totale ;
— la grandeur de la contrainte totale.

Les axes de la quadrique de Cauchy sont dits principaux ; sur les éléments $d\sigma$ normaux à ces axes s'exercent des contraintes purement normales elles sont dites *contraintes principales*. Leur connaissance définit complètement celle du système de contraintes autour de P.

Le lieu des sommets des vecteurs contraintes totales S, lorsque $d\sigma$ occupe toutes les directions autour de P est un *ellipsoïde dit d'élasticité de Lamé* ; ses axes sont confondus avec ceux de la quadrique de Cauchy et leur demi-longueur représente la grandeur des trois contraintes principales.

La théorie électromagnétique de propagation de la lumière nous apprend d'autre part qu'en un point P d'un corps anisotrope (c'est le cas du verre soumis à des contraintes) les indices optiques se répartissent suivant un *ellipsoïde dit des indices*, dont les axes sont confondus avec ceux de l'ellipsoïde de Lamé et de la quadrique de Cauchy; les indices suivant les directions de ces axes sont dits indices principaux.

Neumann et Maxwell ont établi la liaison existant entre les indices principaux et les contraintes principales en un poinf P :

$$N_x - n = C_1 x + C_2(y + z),$$
$$N_y - n = C_1 y + C_2(x + z),$$
$$N_z - n = C_1 z + C_2(x + y);$$

n, indice ordinaire de la matière;
N_x, N_y, N_z, indices principaux ;
x, y, z, contraintes principales ;
C_1, C_2, coefficients photoélastiques principaux.

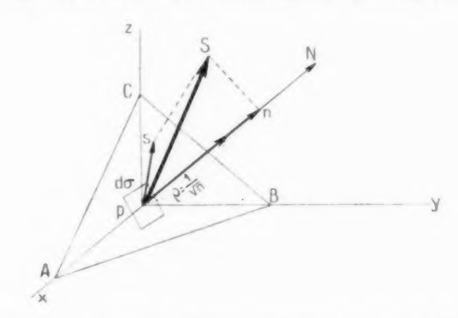


Fig. 5. — Définition de la contrainte S relative à un élément de surface $d\sigma$ au point P d'un solide élastique contraint.

La différence de marche introduite sur deux rayons émergents du point P est donnée par

$$\delta = (N' - N'')\,de.$$

N', N'', indices correspondant aux demi-axes de l'ellipse d'intersection, de l'ellipsoïde des indices en P par le plan d'onde du rayon incident (ces deux indices sont dits principaux dans le plan d'onde).

Nous avons voulu parler du cas général parce que lui seul nous permettra de traiter le problème qui nous occupe ; de ce cas général nous pouvons d'ailleurs déduire tous les cas particuliers :

a. $y = z = 0$, rayon incident $\perp$ à x et y :

$$N_x - n = C_1 x,$$
$$N_y - n = C_2 x,$$
$$N_z - n = C_2 x;$$
$$\delta = (N' - N'')x\,de = (N_x - N_y)\,de$$
$$= (C_1 - C_2)x\,de = Bx\,de;$$

b. $z = 0$, rayon incident $\perp$ à x et y :

$$N_x - n = C_1 x + C_2 y,$$
$$N_y - n = C_1 y + C_2 x,$$
$$N_z - n = C_2(x + y);$$
$$\delta = (N' - N'')de = (N_x - N_y)de$$
$$= (C_1 - C_2)(x - y)de = B(x - y)de.$$

On retrouve dans ces deux cas le *coefficient de Brewster* $B = C_1 - C_2$.

Faisons encore une remarque dont nous aurons à nous servir ultérieurement.

Dans le cas d'un système de contraintes planes autour du point P ($z = 0$) (*fig.* 6) les valeurs des contraintes tangentielles s et normale n à l'élément $d\sigma$ sont données par

$$n = \frac{1}{2}(x + y) + \frac{1}{2}(x - y)\cos 2\theta = x\cos^2\theta + y\sin^2\theta,$$

$$s = \frac{1}{2}(x - y)\sin 2\theta = (x - y)\sin\theta\cos\theta.$$

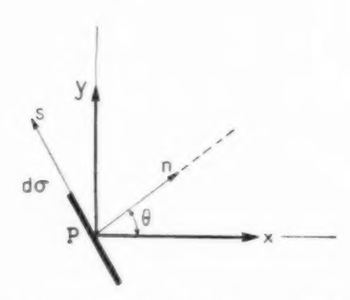


Fig. 6. — Contraintes normale et tangentielle à un élément de surface $d\sigma$ en fonction des contraintes principales en un point P d'un solide soumis à un système de contraintes planes.

232. Les éprouvettes d'essai. — Elles doivent satisfaire aux conditions suivantes :

a. être facilement réalisables ;

b. permettre des mesures faciles à froid comme à chaud ;

c. permettre l'établissement d'une relation entre les différences de marche mesurées et les efforts réels suivant les variables de l'éprouvette (variables intrinsèques des matériaux, variables de formes, traitement thermique, etc.) ;

d. permettre l'établissement d'une relation entre les différences de marche auxquelles elles donnent lieu et celles obtenues sur des pièces réelles constituées des mêmes matériaux.

La forme la plus simple serait un enrobage cylindrique type A suivant figure 7. L'éprouvette serait aisément réalisable, mais ne permet pas des mesures sans immersion dans un milieu de même indice et doit par suite être abandonnée pour la mesure des contraintes en fonction de la température.

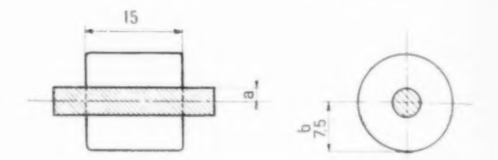


Fig. 7. — Éprouvettes standards A :
$a = 0{,}5,\ 1,\ 1{,}5,\ 2.$

L'éprouvette type B (*fig.* 8) satisfait par contre aux conditions ci-dessus explicitées.

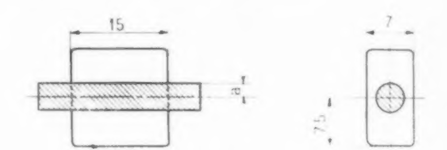


Fig. 8. — Éprouvettes standards B :
$a = 0{,}5,\ 1,\ 1{,}5,\ 2.$

233. Relation différence de marche-contraintes. — Nous cherchons à établir une relation entre les différences de marche mesurées et les contraintes s'exerçant dans les scellements type A et B, ceci simplement dans le domaine de température où le verre peut être considéré comme solide élastique parfait éliminant momentanément le phénomène de relaxation.

Dans ce cas notre relation pourra finalement se traduire par une relation entre les différences de marche, les caractéristiques intrinsèques des matériaux et les caractéristiques de forme des éprouvettes (pour un traitement thermique donné). Les effets du traitement thermique et du phénomène de relaxation seront discutés dans la deuxième Partie de cette étude.

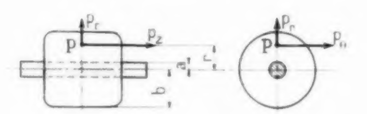


Fig. 9. — Éprouvettes A. Contraintes principales en un point P d'un scellement cylindrique suivant Poritzsky Hull Burger.

2331. *Cas de l'éprouvette type* A. — 23311. *Distribution des contraintes* [7, 9]. — Poritzsky a établi

qu'il existait en tout point du verre d'un scellement cylindrique trois efforts principaux (*fig.* 9) qu'il désigne par :

p_r, effort radial;
p_θ, effort tangentiel;
p_z, effort axial.

Hull et Burger partant des équations fondamentales de Poritzsky ont calculé les expressions de p_r, p_θ, p_z dans le cas d'un enrobage cylindrique indéfini, à section droite (convention de signe + pour les compressions, signe — pour les extensions) :

$$p_r = -\frac{E_2 d}{1 + \alpha + \alpha\beta R}\left(\frac{a^2}{b^2} - \frac{a^2}{r^2}\right),$$

$$p_\theta = -\frac{E_2 d}{1 + \alpha + \alpha\beta R}\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a^2}{r^2}\right),$$

$$p_z = -\frac{E_2 d}{1 + \alpha + \alpha\beta R}\left(2\sigma\frac{a^2}{b^2} + \frac{1 + \alpha + \alpha\beta R}{1 + \beta R}\right);$$

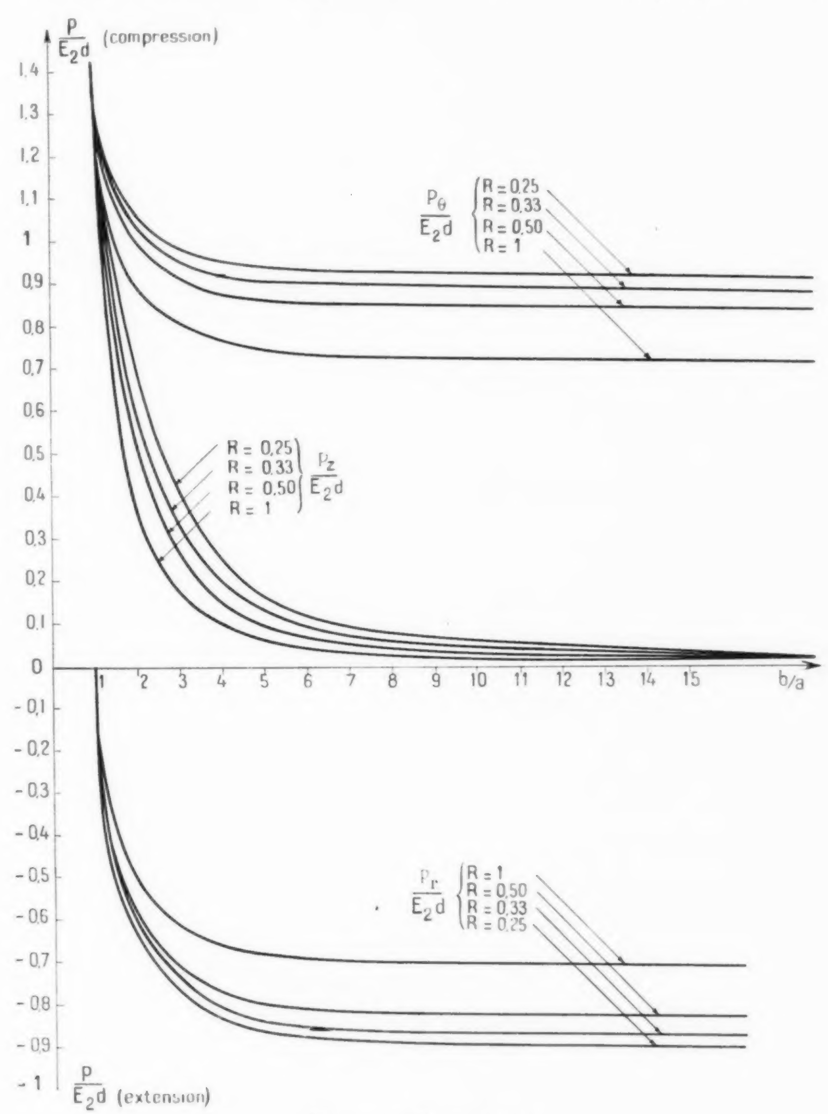


Fig. 10. — Éprouvettes A.

Valeurs théoriques de $\frac{p_r}{E_2 d}$, $\frac{p_\theta}{E_2 d}$, $\frac{p_z}{E_2 d}$ $f\left(\frac{b}{a}\right)$, pour $r = a$ et $d < 0$.

p, kg : mm²; E_2, kg : mm²; d, mm : mm.

a, rayon du métal; b, rayon du verre; r, distance radiale du point considéré; E_1, module d'Young du métal; E_2, module d'Young du verre; σ, rapport de Poisson des matériaux pratiquement constant pour tous les couples verre-métal et pris égal à 0,3;

$R = \frac{E_2}{E_1}$; $\alpha = \frac{a_2}{b_2}(1 - 2\sigma)$; $\beta = \frac{b_2}{a_2} - 1$.

$d = (\alpha_M - \alpha_V)(T - T_0)$, α_M et α_V, coefficients moyens de dilatation du métal et du verre de T_0 à T°C.

Le tableau ci-dessous indique le signe de d en fonction de $\alpha_M - \alpha_V$ et de $T - T_0$.

	$T > T_0$	$T < T_0$
$\alpha_M > \alpha_V$	+	—
$\alpha_M < \alpha_V$	—	+

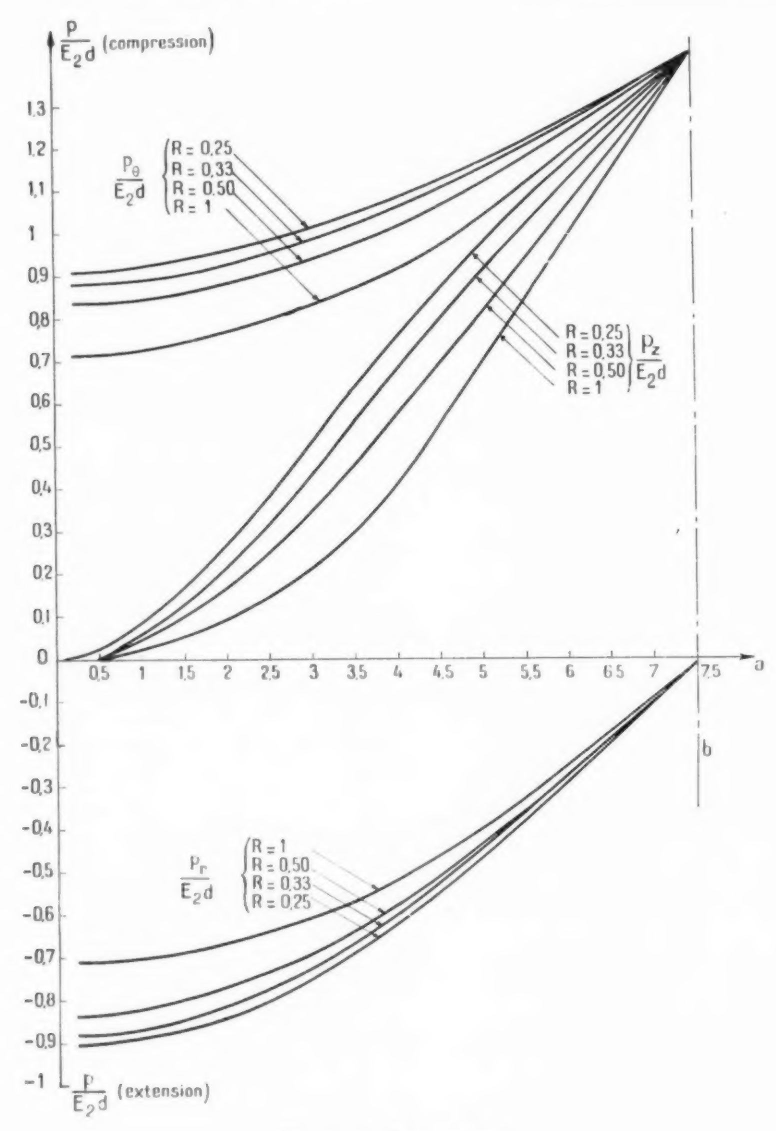


Fig. 11. — Éprouvettes A.

Valeurs théoriques de $\frac{p_r}{E_2 d}$, $\frac{p_\theta}{E_2 d}$, $\frac{p_z}{E_2 d} = f(a)$, pour $r = a$, $b = 7,5$, $d < 0$.

Nous donnons les variations de $\frac{p_r}{E_2 d}$, $\frac{p_\theta}{E_2 d}$, $\frac{p_z}{E_2 d}$ pour

$$R = \frac{E_2}{E_1} = 0{,}25, \quad 0{,}33, \quad 0{,}50, \quad 1;$$

en fonction de $\frac{b}{a}$ pour $r = a$ (*fig.* 10);

Le tableau II fournit les valeurs numériques correspondantes.

On peut remarquer que l'influence de $R = \frac{E_2}{E_1}$ n'est pas négligeable dans la pratique.

23312. *Calcul de la différence de marche.* — Ce calcul peut se faire en appliquant la formule des

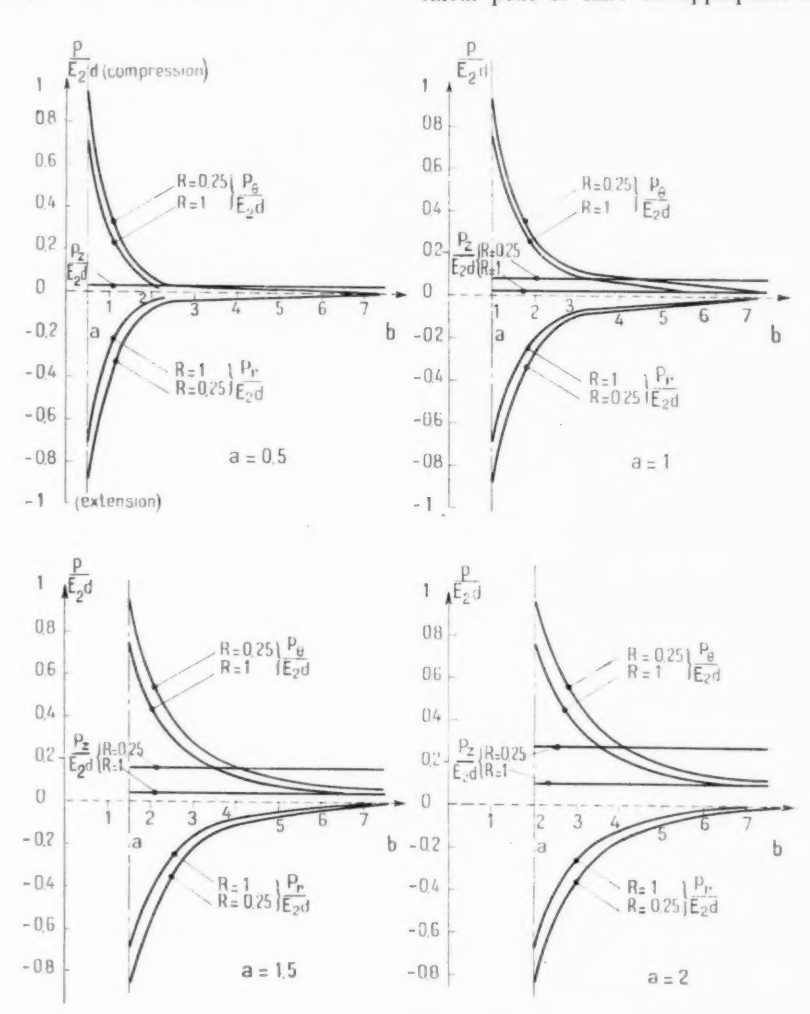


Fig. 12. — Éprouvettes A.

Valeurs théoriques de $\frac{p_r}{E_2 d}$, $\frac{p_\theta}{E_2 d}$, $\frac{p_z}{E_2 d} = f(r)$, avec $b = 7{,}5$ et $a = 0{,}5$, 1, 1,5 et 2 pour $d = 0$.

en fonction de a pour $r = a$, $b = 7{,}5$ (*fig.* 11);
en fonction de r pour les cas

$$a = 0{,}5, \quad a = 1, \quad a = 1{,}5, \quad a = 2;$$
$$b = 7{,}5 \quad (\textit{fig. } 12).$$

indices. Nous avons vu que dans le cas d'un système de contraintes non planes, pour déterminer en un point P la différence de marche introduite entre les deux rayons extraordinaires émergents, il fallait connaître en ce point la valeur des indices corres-

Tableau II. — *Éprouvettes A.*

Valeurs $\frac{P_r}{E_2 d}$, $\frac{P_\theta}{E_2 d}$, $\frac{P_z}{E_2 d}$, *en fonction de a et r pour* $b = 7,5$ *et* $R = 0,25;\ 0,33;\ 0,50;\ 1$ *pour* $d < 0$.

$b = 7,5$.			$r = a$.					$r = b = 7,5$.	
a.	$\frac{b}{a}$.	R.	$-\left(\frac{P_r}{E_2 d}\right)_{max}$.	$\left(\frac{P_\theta}{E_2 d}\right)_{max}$.	$\frac{P_z}{E_2 d}$.	$\frac{-P_r}{E_2 d}$.	$\frac{P_\theta}{E_2 d}$.	$\frac{-P_r}{E_2 d}$.	$\frac{P_\theta}{E_2 d}$.
$\to 0$	$\to \infty$	1	0,715	0,715	0	–	–	–	–
		0,50	0,834	0,834	0	–	–	–	–
		0,33	0,882	0,882	0	–	–	–	–
		0,25	0,910	0,910	0	–	–	–	–
						$r = 2$.			
0,5	15	1	0,710	0,714	0,0063	0,0415	0,0478	0	0,0063
		0,50	0,830	0,840	0,011	–	–	–	–
		0,33	0,875	0,885	0,015	–	–	–	–
		0,25	0,900	0,910	0,020	0,061	0,0526	0	0,0080
						$r = 2,5$.			
1	7,5	1	0,700	0,730	0,025	0,101	0,127	0	0,0254
		0,50	0,816	0,850	0,044	–	–	–	–
		0,33	0,865	0,895	0,061	–	–	–	–
		0,25	0,886	0,925	0,076	0,129	0,162	0	0,0324
						$r = 3$.			
1,5	5	1	0,685	0,742	0,057	0,150	0,207	0	0,0570
		0,50	0,795	0,860	0,097	–	–	–	–
		0,33	0,840	0,905	0,132	–	–	–	–
		0,25	0,865	0,935	0,164	0,191	0,264	0	0,726
						$r = 3,5$.			
2	3,75	1	0,665	0,765	0,100	0,182	0,284	0	0,1010
		0,50	0,765	0,880	0,167	–	–	–	–
		0,33	0,805	0,925	0,214	–	–	–	–
		0,25	0,830	0,960	0,272	0,232	0,360	0	0,1290
3,75	2	1	0,535	0,896	0,357	–	–	–	–
		0,50	0,600	1,000	0,520	–	–	–	–
		0,33	0,625	1,040	0,625	–	–	–	–
		0,25	0,637	1,060	0,700	–	–	–	–
5	1,5	1	0,396	1,030	0,710	–	–	–	–
		0,50	0,430	1,120	0,821	–	–	–	–
		0,33	0,442	1,150	0,917	–	–	–	–
		0,25	0,450	1,165	0,975	–	–	–	–
7,5	1	quelconque	0	1,430	1,430	–	–	–	–

pondant aux axes de l'ellipse d'intersection de l'ellipsoïde des indices par le plan d'onde du rayon incident (indices principaux dans le plan d'onde).

Considérons (*fig.* 13), un rayon AB perpendiculaire à l'axe de l'éprouvette.

Au point P_1 la différence de marche introduite entre les deux rayons extraordinaires émergents sera $\delta = (N_1 - N'')\, de$.

N_1 et N'' sont en P_1 les indices correspondant aux axes de l'ellipse d'intersection [trace en (E)] de l'ellipsoïde des indices (Σ) par le plan d'onde du rayon AB.

Au point P_2 symétrique de P_1 par rapport à YY', on a même ellipsoïde des indices (ε) qu'en P_1 et même ellipse d'intersection (E) par le plan d'onde, en P_2 la différence de marche élémentaire introduite sera également $\delta = (N_z - N'')\, de$.

Les deux éléments symétriques de se comportent

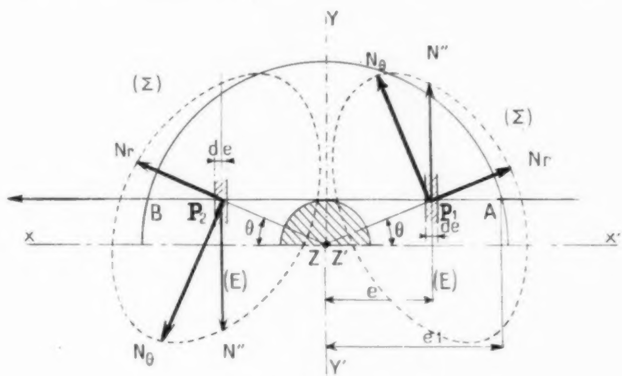


Fig. 13. — Éprouvettes A.

Application de la formule des indices à la détermination de la biréfringence le long d'un trajet lumineux perpendiculaire à l'axe et tangentiel au métal.

donc comme deux lames cristallines juxtaposées d'indices extraordinaires égaux et à axes parallèles, la différence de marche totale introduite de A à B sera donc

$$\delta = 2\int_{0}^{e_1} (N_z - N'')\, de$$

$$= 2\int_{0}^{e_1} \left\{ N_z - \frac{N_\theta N_r}{\sqrt{N_\theta^2 \sin^2\theta + N_r^2 \cos^2\theta}} \right\} de.$$

Les formules de Maxwell nous permettent d'expliciter N_z, N_θ, N_r en fonction des contraintes principales, de l'indice ordinaire et des constantes photoélastiques absolues C_1 et C_2, ce qui nous permettrait de calculer δ.

L'application de la formule précédente conduirait à la relation exacte entre la différence de marche et les caractéristiques intrinsèques du scellement, mais en se référant à $n - C_1 - C_2$ caractéristiques plus difficiles à atteindre expérimentalement (pour un laboratoire industriel) que le coefficient de Brewster B.

Nous évaluerons donc d'une façon approchée cette différence de marche en traitant, comme Poritzsky [9], le système de contraintes en P comme un système de contraintes planes. Nous avons vu que dans ce cas (remarque § 231) la contrainte agissant sur le trajet lumineux AB était la contrainte p tangentielle à l'élément d'épaisseur de et de valeur

$$p = p_\theta \cos^2\theta + p_r \sin^2\theta \quad (\textit{fig. } 14).$$

L'expression de la différence de marche dans ce cas est donc

$$\delta = 2B\int_{0}^{e_1} (p_z - p)\, de.$$

En reprenant les expressions de Hull Burger pour p_r, p_θ, p_z dans lesquelles $r = \frac{a}{\sin\theta}$ et en posant

$$k_1 = -\frac{1}{1+\alpha+2\alpha\beta R}; \qquad k_2 = \frac{1+\alpha+2\alpha\beta R}{1+\beta R},$$

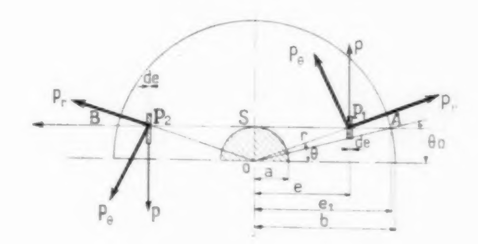


Fig. 14. — Éprouvettes A.

Calcul de la différence de marche le long du trajet AB. Biréfringence le long d'un trajet perpendiculaire à l'axe et tangentiel au métal (approximation de Poritzsky).

ce qui donne

$$\frac{p_r}{E_2 d} = k_1\left(\frac{a^2}{b^2} - \sin^2\theta\right),$$

$$\frac{p_\theta}{E_2 d} = k_1\left(\frac{a^2}{b^2} + \sin^2\theta\right),$$

$$\frac{p_z}{E_2 d} = k_1\left(2\alpha\frac{a^2}{b^2} + k_2\right),$$

on obtient pour l'expression de la différence de marche

$$\delta = 2Ba\left\{\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} p_z \frac{d\theta}{\sin^2\theta} + \int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} (p_\theta \cos^2\theta + p_r \sin^2\theta)\frac{d\theta}{\sin^2\theta}\right\},$$

$$\theta = \text{arc tg}\,\frac{a}{e}, \qquad \theta_0 = \text{arc sin}\,\frac{a}{b}.$$

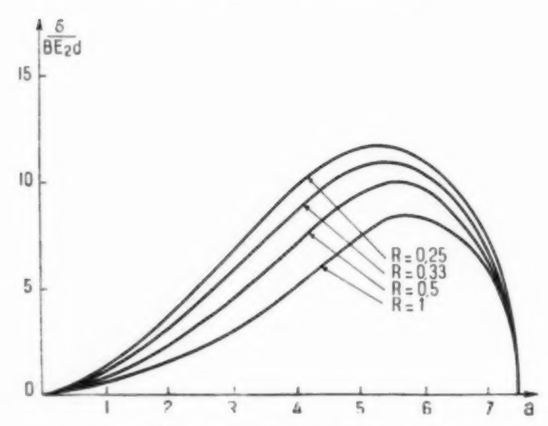


Fig. 15. — Éprouvettes A.

Représentation graphique de la différence de marche le long du trajet AB.

$$\frac{\delta}{BE_2 d} = f(a).$$

Approximation de Poritzsky :

δ = mμ ;
B = mμ : kg : mm² : mm ;
E_2 = kg : mm² ;
d = mm : mm.

On constate tous calculs faits que

$$\int_0^{e_1} p\,de = a\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} (p_\theta \cos^2\theta + p_r \sin^2\theta)\frac{d\theta}{\sin^2\theta} = 0,$$

donc que la différence de marche δ ne reste fonction que de p_z et a pour expression

$$\delta = 2B\int_0^{e_1} p_z\,de = 2Ba\int^{\frac{\pi}{2}} p_z \frac{d\theta}{\sin^2\theta},$$

$$\delta = 2BE_2 dak_1\left(2\alpha\frac{a^2}{b^2} + k_2\right)\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sin^2\theta},$$

$$\frac{\delta}{BE_2 d} = 2ak_1\left(2\alpha\frac{a^2}{b^2} - k_2\right)\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a},$$

$$\frac{\delta}{BE_2 d} = \frac{2}{1+\alpha-2\alpha\beta R}\left(2\alpha\frac{a^2}{b^2} - \frac{1+\alpha-2\alpha\beta R}{1-\beta R}\right)\sqrt{b^2-a^2}.$$

Les résultats numériques sont donnés par le tableau III ; ils sont représentés graphiquement en figure 15.

23313. *Relation différence de marche-contraintes maxima.* — On a vu que dans le cas de l'éprouvette A les contraintes maxima ont toujours lieu au ras du métal (*fig.* 12). Connaissant :

d'une part

$$\left(\frac{p_r}{E_2 d}\right)_{\max}, \quad \left(\frac{p_\theta}{E_2 d}\right)_{\max}, \quad \frac{p_z}{E_2 d} = f(a, R);$$

d'autre part

$$\frac{\delta}{BE_2 d} = F(a, R);$$

nous pouvons définir des *coefficients de correspondance, contraintes maxima-différence de marche* k_r, k_θ, k_z tels que

$$(p_r)_{\max} = k_r\frac{\delta}{B},$$

$$(p_\theta)_{\max} = k_\theta\frac{\delta}{B},$$

$$p_z = k_z\frac{\delta}{B}.$$

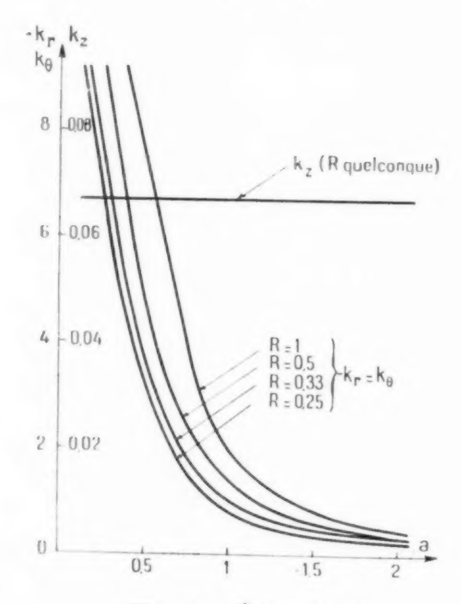


Fig. 16. — Éprouvettes A.

Variation des coefficients de correspondance contraintes maxima-différence de marche.

Ces coefficients ne sont fonction que de a et R. Le tableau III donne les valeurs de k_r, k_θ, k_z.

TABLEAU III. — *Éprouvettes A.*

a. Valeurs de $\frac{\delta}{BE_z d}$ *en fonction de a pour b = 7,5 et R = 0,25 ; 0,33 ; 0,50 ; 1 dans le cas de l'approximation de Poritzsky.*

b. Valeurs des coefficients de correspondances contrainte maximum-différence de marche : k_r, k_θ, k_z.

a.	R.	$\frac{\delta}{BE_z d}$ (Poritzsky Hull Burger).	$-k_r$.	k_θ.	k_z.	$-k_r = k_\theta$ moyens.	k_z moyen.
0,5	1	0,094	7,55	7,60	0,067	7,57	0,067
	0,50	0,165	5,00	5,10	0,067	5,05	
	0,33	0,232	3,78	3,80	0,065	3,79	
	0,25	0,264	3,40	3,45	0,076	3,42	
1	1	0,385	1,82	1,90	0,065	1,86	0,067
	0,50	0,650	1,25	1,30	0,0675	1,27	
	0,33	0,925	0,935	0,97	0,066	0,95	
	0,25	1,17	0,760	0,79	0,065	0,77	
1,5	1	0,84	0,815	0,885	0,068	0,85	0,067
	0,50	1,38	0,575	0,625	0,070	0,60	
	0,33	1,94	0,435	0,465	0,064	0,45	
	0,25	2,43	0,356	0,385	0,0675	0,37	
2	1	1,48	0,450	0,515	0,675	0,48	0,067
	0,50	2,43	0,315	0,360	0,067	0,34	
	0,33	3,25	0,248	0,285	0,066	0,27	
	0,25	3,95	0,210	0,242	0,0685	0,225	
3,75	1	4,43	—	—	—	—	—
	0,50	6,50	—	—	—	—	—
	0,33	7,80	—	—	—	—	—
	0,25	8,90	—	—	—	—	—
5	1	7,20	—	—	—	—	—
	0,50	9,35	—	—	—	—	—
	0,33	10,60	—	—	—	—	—
	0,25	11,60	—	—	—	—	—
6	1	8,25	—	—	—	—	—
	0,50	9,65	—	—	—	—	—
	0,33	10,30	—	—	—	—	—
	0,25	10,60	—	—	—	—	—
7,4	quelconque	3,7	—	—	—	—	—
7,5	»	0	—	—	—	—	—

On constate que pour $0,5 < a < 2$ ces coefficients

— pour p_θ et p_r sont pratiquement égaux, avec une erreur maximum de $\pm 7\%$;

— pour p_z ne sont pratiquement fonction ni de R ni de a avec une erreur maximum de $\pm 4\%$.

Nous ne conserverons que les valeurs moyennes données sur le tableau III et représentées graphiquement sur la figure 16 en fonction de a et R.

Remarquons que :

— les contraintes maxima sont proportionnelles à δ ;

— les contraintes maxima sont inversement proportionnelles à B ;

— à de faibles valeurs de δ correspondent des p_z faibles, mais des p_r et p_θ plus grands $\left(\frac{p_\theta}{p_z} = 7 \text{ pour } a = 2 ; \frac{p_\theta}{p_z} = 100 \text{ pour } a = 0,5\right)$.

233. *Cas de l'éprouvette* B (*fig.* 17). — Rien ne nous permet de prévoir théoriquement la distribution des contraintes dans l'éprouvette B, nous

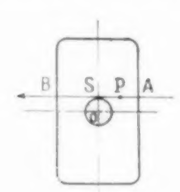


Fig. 17. — Éprouvettes B.
Biréfringence le long d'un trajet perpendiculaire aux grandes faces et tangentiel au métal.

sommes donc dans ce cas dans l'impossibilité d'établir une relation théorique de liaison entre les différences de marche et les contraintes maxima s'exerçant dans le verre au ras du métal.

234. Dispositif expérimental utilisé. — L'appareillage utilisé (*fig.* 18) est courant dans tout laboratoire industriel, nous n'en donnerons qu'une description sommaire. Le polariseur est un miroir de Malus travaillant sous l'incidence brewsterienne, l'analyseur est un nicol. Polariseur et analyseur sont *croisés*.

Entre eux se trouve une lame-onde pour la radiation jaune. La lumière incidente étant *blanche*

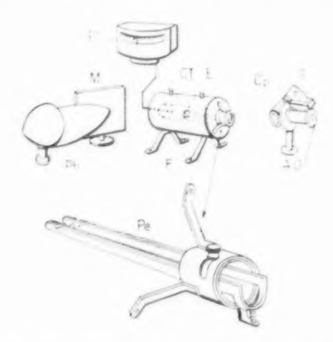


Fig. 18. — Schéma d'ensemble de l'installation du polarimètre.
R, régulateur conducteur de programme thermique ; M, miroir polarisant ; Ph, phare ; F, four ; CT, couple de température ; E, éprouvette ; Cp, compensateur ; S, secteur gradué du compensateur, A, O, analyseur et oculaire ; Pe, porte-échantillon.

la teinte observée derrière l'analyseur est alors dite *teinte sensible*.

Entre le polariseur et la lame à teinte sensible se trouve une autre lame-onde dont on peut faire varier l'épaisseur traversée par inclinaison autour d'un axe à 45° du plan de polarisation, c'est le compensateur (étalonné pour la lumière jaune). Elle permet de rétablir la teinte sensible lorsque celle-ci a disparu par suite de l'interposition de l'échantillon entre le polariseur et le compensateur ; l'angle de rotation du compensateur permet de déterminer la différence de marche que celui-ci a compensée, c'est-à-dire la différence de marche introduite par l'échantillon examiné.

235. Les courbes polarimétriques. — Utilisant le polarimètre précédemment décrit nous pouvons mesurer les différences de marches introduites par une éprouvette B, entre les deux rayons

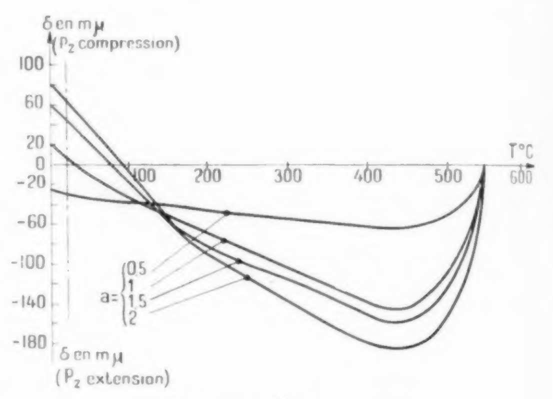


Fig. 19. — Éprouvettes B.
Courbes polarimétriques Mo.A.119.1841 :
$a = 2;\ 1,5;\ 1;\ 0,5$.

extraordinaires émergents, issus d'un rayon incident perpendiculaire aux grandes faces rasant le métal et situé dans le plan de symétrie perpendiculaire à l'axe (pour éliminer les effets d'extrémité), et ceci à n'importe quelle température en plaçant l'échantillon entre le polariseur et le compensateur, dans un four convenablement régulé.

L'axe de l'éprouvette est placé à ± 45° du plan de polarisation de façon que les composantes du rayon incident suivant l'axe de l'échantillon et un axe perpendiculaire soient d'intensités égales.

Par comparaison avec une contrainte de sens connu suivant que la teinte *monte* ou *descend*, on peut déterminer si l'on a affaire à une compression ou à une extension suivant l'axe de l'échantillon; par convention les compressions sont notées +; les extensions —.

Nous appellerons courbe polarimétrique d'un couple verre-métal la courbe représentative des différences de marche mesurées pour une éprou-

vette B en fonction de la température lors d'un refroidissement programmé. Le point de départ de la courbe que nous lierons dans la deuxième Partie de cette étude, aux caractéristiques thermiques du verre correspond à un état sans contrainte.

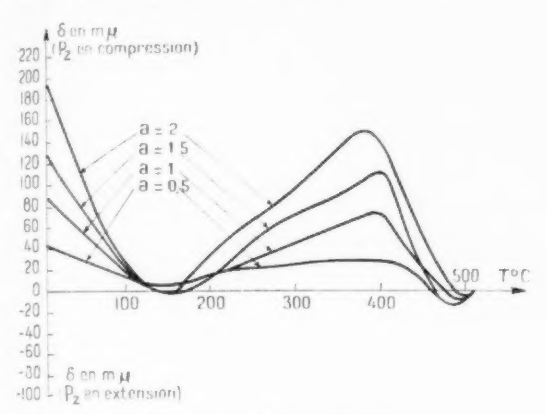


Fig. 20. — Éprouvettes B.
Courbes polarimétriques Dilver P-L.621 :
$a = 2,\ 1{,}5,\ 1,\ 0{,}5.$

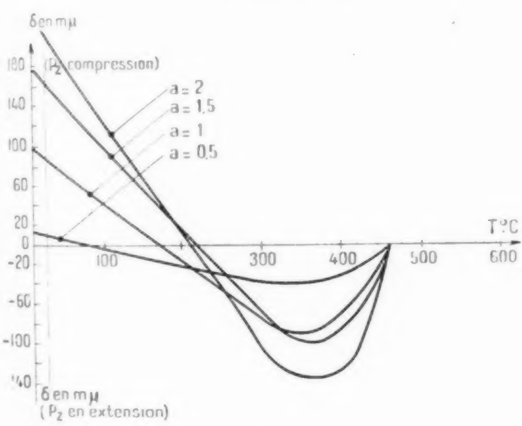


Fig. 21. — Éprouvettes B.
Courbes polarimétriques Dilver O-Télévic.7.2.49 :
$a = 2,\ 1{,}5,\ 1,\ 0{,}5.$

Précisons dès maintenant :

1° que ces courbes restent identiques à elles-mêmes lorsqu'on répète sur les mêmes éprouvettes les mêmes cycles thermiques;

2° que toutes les courbes utilisées dans cette étude ont été tracées pour des éprouvettes de formes différentes et des couples verre-métal identiques à partir de la même température de départ : *T*, température de recuit;

3° que pour tous les couples verre-métal le refroidissement a été assuré par un conducteur de programme réalisant une vitesse uniforme de 3° : min (*voir* courbes *fig.* 19, 20, et 21).

21. Correspondance des essais polarimétriques et des essais dilatométriques (vérifications expérimentales).

211. Correspondance qualitative. — Nous

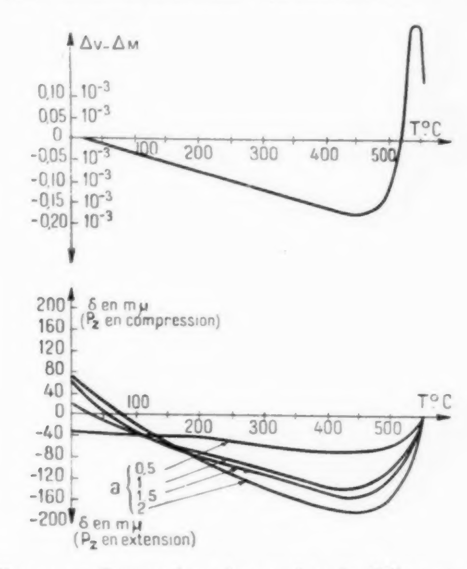


Fig. 22. — Comparaison des courbes de différences d'allongements unitaires enregistrées à la montée, et des courbes polarimétriques enregistrées à la descente sur éprouvettes B pour le Mo et A.119.1841 recuit.

avons reporté sur les figures 22, 23 et 24 pour trois couples verre-métal différents :

— les courbes de dilatation différentielles des couples verre-métal;

— les courbes polarimétriques verre-métal-éprouvettes B.

M. Danzin [2], d'une part, et MM. Danzin et Vallentin [10], d'autre part, ont montré que les courbes polarimétriques pouvaient être déduites qualitativement des courbes dilatométriques absolues, en faisant subir une translation suivant l'axe des allongements, à la courbe de dilatation du verre jusqu'à ce qu'elle coupe la courbe de dilatation du métal à une température égale à celle du début de la courbe polarimétrique (température d'accrochage = température de recuit pratique). Cette observation n'est vraie que qualitativement, elle donne l'allure du phénomène mais ne permet pas

d'établir la liaison exacte entre les points de contraintes nulles. Nous verrons dans un article ultérieur

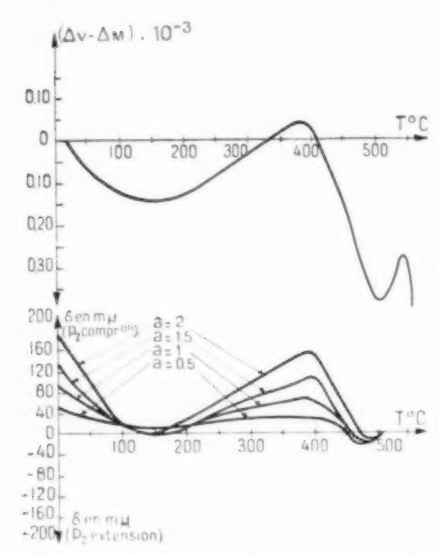


Fig. 23. — Comparaison des courbes de différences d'allongements unitaires enregistrées à la montée, et des courbes polarimétriques enregistrées à la descente sur éprouvettes B pour le Dilver P-L.621 recuit.

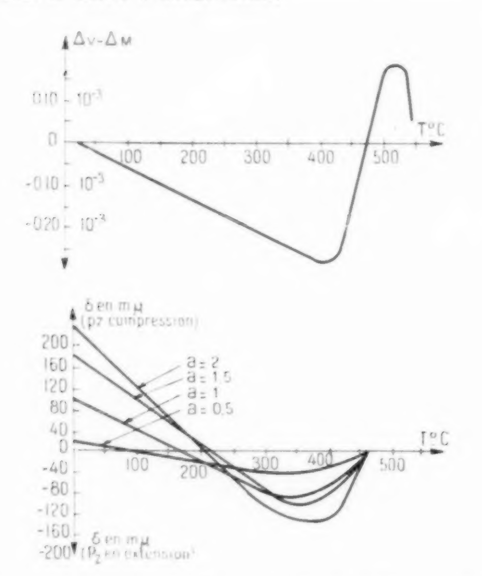


Fig. 24. — Comparaison des courbes de différences d'allongements unitaires enregistrées à la montée, et des courbes polarimétriques enregistrées à la descente sur éprouvette B pour le Dilver O-Télévic.7.2.49.

que ces points de contraintes nulles sont fonction du phénomène de relaxation dans le domaine de recuit par conséquent de toutes les variables du scellement.

On peut cependant remarquer l'analogie entre les courbes polarimétriques et les courbes de dilatations différentielles verre-métal soudables, en particulier à une partie rectiligne de la courbe polarimétrique correspond une partie rectiligne de la courbe dilatométrique différentielle verre-métal ; ce qui nous montre déjà la proportionnalité des différences de marche aux différences de dilatations dans le domaine d'élasticité.

212. Correspondance quantitative (dans le domaine élastique). — Nous avons vu que dans le

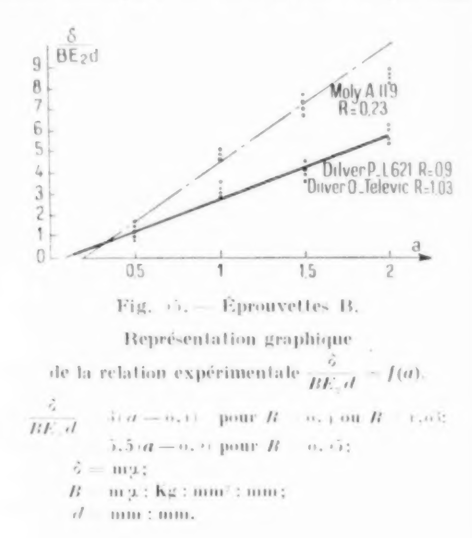


Fig. 25. — Éprouvettes B.

Représentation graphique de la relation expérimentale $\frac{\delta}{BE_2 d} = f(a)$.

$\frac{\delta}{BE_2 d}$ = $3(a - 0,1)$ pour $R = 0,9$ ou $R = 1,03$;
$5,5(a - 0,2)$ pour $R = 0,23$;
δ = mμ;
B = mμ : Kg : mm² : mm;
d = mm : mm.

cas de l'éprouvette A, nous pouvions établir des relations théoriques mais difficiles à vérifier expérimentalement par suite de la difficulté de faire des mesures de différence de marche en fonction de la température. D'ailleurs la distribution des contraintes Poritzsky Hull Burger a été vérifiée par de nombreux auteurs [11].

Par contre sur l'éprouvette B, l'examen :

— des courbes dilatométriques différentielles verre-métal (*fig.* 4) ;

— des courbes polarimétriques $a = 0,5$; 1; 1,5; 2 pour chaque couple verre-métal (*fig.* 19, 20 et 21, *voir* toutes les courbes regroupées *fig.* 22, 23 et 24); dont les valeurs expérimentales sont résumées dans le tableau IV, montre que la différence de marche peut se mettre sous la forme

$$\frac{\delta}{BE_2 d} = k(a - a_0) \qquad [k \text{ et } a_0 = f(R)] \quad (fig.\ 25).$$

Relation qui met en évidence la proportionnalité de la différence de marche :

— à la différence de dilatation verre-métal;
— à la constante de Brewster et au module l'élasticité du verre ;
— à une fonction du diamètre du métal et des rapports des modules d'Young.

La figure 26 donne les valeurs de K et de a_0 en fonction de R.

243. Relation différence de marche contrainte maximum pour l'éprouvette B. — Nous pouvons pour l'éprouvette B faire l'hypothèse que les contraintes maxima ont lieu au ras du métal suivant le diamètre perpendiculaire aux grandes faces (hypothèse d'ailleurs appuyée par l'expérience : lors de l'essai de nombreux verres toutes les fêlures sur éprouvette B se sont produites dans un plan diamétral perpendiculaire aux grandes faces) et ont pour valeurs celles qui existeraient dans un scellement type A de caractéristiques géométriques.

$$(a)_A = (a)_B, \qquad (b)_A = (c)_B = 3,5.$$

On peut donc calculer de même que dans l'éprouvette A, les valeurs de

$$\left(\frac{p_r}{E_2 d}\right)_{\max}, \quad \left(\frac{p_\theta}{E_2 d}\right)_{\max}, \quad \left(\frac{p_z}{E_2 d}\right)_{\max} = f_1(a, R)$$

et ayant déterminé

$$\frac{\delta}{B E_2 d} = K(a - a_0),$$

définir pour l'éprouvette des *coefficients de correspondance contraintes maxima différence de marche* K_r, K_θ, K_z tels que

$$(p_r)_{\max} = K_r \frac{\delta}{B},$$

$$(p_\theta)_{\max} = K_\theta \frac{\delta}{B},$$

$$(p_z)_{\max} = K_z \frac{\delta}{B}.$$

Le tableau V donne les valeurs de K_r, K_θ, K_z en fonction de a et R ; et la figure 27 leur représentation graphique.

Remarquons comme dans le cas des éprouvettes A que :

— les contraintes maxima sont proportionnelles à δ;
— les contraintes maxima sont inversement proportionnelles à B;
— qu'à des faibles valeurs de δ correspondent des p_z faibles mais des p_r et p_θ plus grands $\left(\frac{p_\theta}{p_z} \simeq 2 \text{ pour } a = 2 ; \frac{p_\theta}{p_z} \simeq 8 \text{ pour } a = 0,5\right)$.

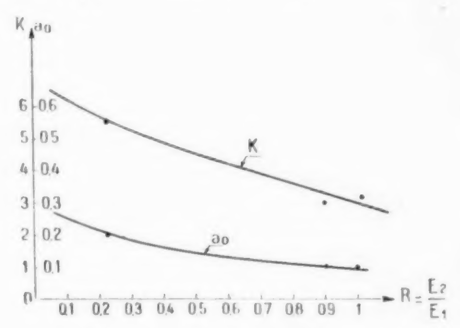


Fig. 26. — Éprouvettes B.
Valeurs de K et a_0 en fonction de R.

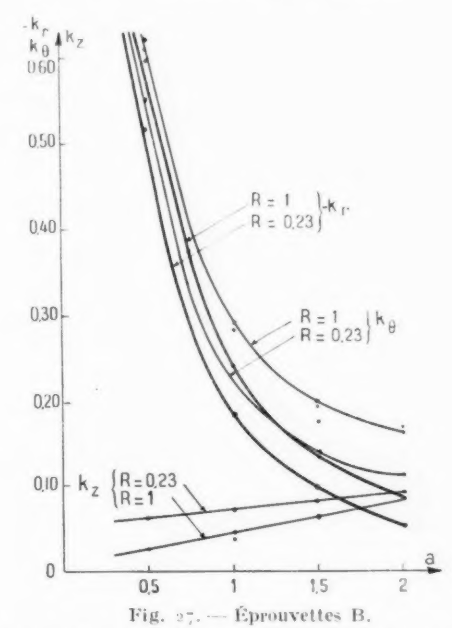


Fig. 27. — Éprouvettes B.
Représentation graphique des coefficients de correspondance contraintes maxima-différence de marche en fonction de a et de R.

25. Essais accessoires des essais polarimétriques et dilatométriques.

251. Mesure des modules d'Young des matériaux soudables.

a. Pour les métaux ou alliages (E_1). — La détermination se fait par essai de traction effectué sur micromachine type Chevenard.

TABLEAU IV. — *Éprouvettes B.*

Valeurs expérimentales de $\frac{\delta}{BE_2 d}$ *pour trois couples verre-métal.*

Couple verre-métal.	$l\frac{T}{20}\cdot 10^{-3}$.	$a = 2$. $\delta\frac{T}{20}$.	$a = 2$. $\frac{\delta}{BE_2 d}$.	$a = 1.5$. $\delta\frac{T}{20}$.	$a = 1.5$. $\frac{\delta}{BE_2 d}$.	$a = 1$. $\delta\frac{T}{20}$.	$a = 1$. $\frac{\delta}{BE_2 d}$.	$a = 0.5$. $\delta\frac{T}{20}$.	$a = 0.5$. $\frac{\delta}{BE_2 d}$.	T.
L. 621 Dilver P $E_1 = 6\,250$ kg : mm² $E_2 = 5\,620$ » $R = \frac{E_2}{E_1} = 0.90$ $B = 32.5$ mμ : kg : mm² : mm	0.196 0.140 0.120 0.081	132 159 123 89	5.75 6.2 5.6 6	85 108 93 60	3.7 4.2 4.25 4.05	64 74 64 44	2.8 2.9 2.9 2.95	26 38 26 18	1.13 1.48 1.18 1.22	100 150 200 250
	d ".10⁻³.	δ ".	$\frac{\delta}{BE_2 d}$.	δ ".	$\frac{\delta}{BE_2 d}$.	δ ".	$\frac{\delta}{BE_2 d}$.	δ ".	$\frac{\delta}{BE_2 d}$.	
A 119 Molybdène $E_1 = 28\,400$ kg : mm² 1841 $E_2 = 6\,570$ » 2068 $R = \frac{E_2}{E_1} = 0.23$ $B = 27.5$ mμ : kg : mm² : mm	4.05 4.70	0.620 0,705	8.5 8,3	0.508 0.575	7 6.75	0.341 0.292	4.65 3.43	0.110 0.086	1.5 0.96	
	d ".10⁻³.	δ ".	$\frac{\delta}{BE_2 d}$.	δ ".	$\frac{\delta}{BE_2 d}$.	δ ".	$\frac{\delta}{BE_2 d}$.	δ ".	$\frac{\delta}{BE_2 d}$	
Télévic. Ferrochrome $E_1 = 5\,950$ kg : mm² $E_2 = 6\,120$ » $R = \frac{E_2}{E_1} = 1.03$ $B = 21$ mμ : kg : mm² : mm	14.7	1.17	6.15	0.84	4.45	0.593	3.12	0.173	0,920	

Les valeurs de E_1 pour les métaux utilisés sont indiquées sur le tableau IV.

Dans le domaine de température qui nous intéresse nous avons négligé les variations de E_1.

b. Pour les verres (E_2). — Ces mesures ont été effectuées par l'Institut du Verre suivant une méthode mise au point par M. Cabarat [12].

Des études faites par M. Cabarat, d'une part, et M. Gillod [5], d'autre part, montrent la variation de ce module avec la température et l'état de trempe initial du verre.

Dans le domaine d'élasticité qui nous intéresse nous avons négligé la variation de E_2 avec la température et pris les valeurs pour du verre recuit (erreur maximum 10 %).

Les valeurs de E_2 pour les verres utilisés sont indiquées sur le tableau IV.

252. MODULE DE POISSON. — Ainsi que Hull Burger [7] nous avons pris la même valeur de $\sigma = 0{,}3$ pour le verre et le métal (erreur maximum : 2 %).

253. MESURE DU COEFFICIENT DE BREWSTER DES VERRES [13]. — Ces mesures sont effectuées

en utilisant le montage très simple schématisé sur la figure 28.

Deux échantillons, le connu et l'inconnu, ayant même section, sont soumis tous les deux à la même contrainte axiale. La mesure des différences de marche introduites sur les deux échantillons permet, connaissant B étalon, de déterminer B inconnu.

Mme Winter Klein [14] a montré une variation de B dans un échantillon en fonction de la température, mais n'a pas séparé l'effet de trempe du verre, de l'effet de la température. Nous avons supposé B constant dans le domaine d'élasticité qui nous intéresse.

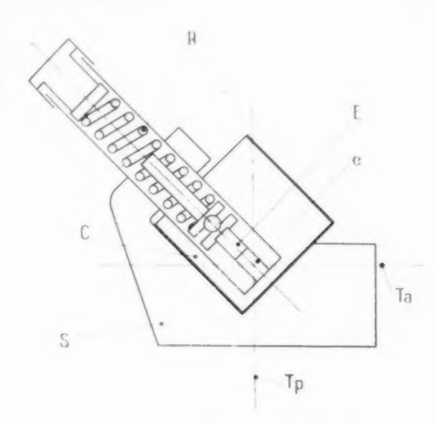


Fig. 28. — Dispositif expérimental utilisé pour la mesure des coefficients de Brewster.
T_p, trace du plan de polarisation; T_a, trace du plan de l'analyseur; S, socle support; E, éprouvette connue; e, éprouvette inconnue; R, ressort de compression; C, cuve contenant un liquide d'indice voisin de celui du verre.

Les valeurs de B pour les verres utilisés sont indiquées sur le tableau IV.

251. Remarque. — La vérification de la linéarité de δ en fonction de d montre d'ailleurs que les approximations que nous avons faites en supposant B, E_1, E_2 constants en fonction de la température donnent des résultats très satisfaisants.

26. Exploitation des essais dilatométriques et polarimétriques.

261. Essais dilatométriques. — Les essais dilatométriques ne peuvent rendre compte que de la relaxation produite dans le verre sous l'action du ressort du dilatomètre, différente de celle qui prendrait naissance dans le scellement à la suite des contractions différentielles. Les essais dilatométriques absolus ou différentiels ne permettent donc d'atteindre que des variations de contraintes produites par une variation homogène de température dans le verre et le métal à l'intérieur du domaine de température où le verre peut être considéré comme solide élastique parfait, ils ne peuvent donner aucun renseignement sur la valeur des contraintes existant à une température donnée dans le scellement (comme signalé, nous montrerons dans la suite de notre étude que les points de contrainte nulle ne correspondent pas à une simple translation de la courbe des allongements du verre, jusqu'à ce qu'elle coupe la courbe des allongements du métal à la température de recuit).

La connaissance de $d = [(\alpha_{m\,T_0}^{T_1})_M - (\alpha_{m\,T_0}^{T_1})_V]$ $(T_1 - T_0)$ ne permet d'autre part d'atteindre les variations de contraintes que par des calculs longs et fastidieux à répéter pour chaque couple verre-métal et forme d'éprouvettes. Des auteurs [9] ont même mis en équation l'effet de relaxation pour pouvoir déterminer la valeur des contraintes à une température donnée, les calculs sont également laborieux et peu précis.

Même en travaillant avec des dilatomètres sensibles comme l'appareillage Chevenard, on ne peut obtenir que des clichés de faible amplitude qui ne permettent que des relevés insuffisamment précis (*voir* courbes réelles *fig.* 3 et 4) en ce qui concerne les dilatations. En admettant un pointé à $\pm 0{,}2$ mm, cela donne une erreur relative grande, et correspond à une variation de $d = \pm 0{,}007.10^{-4}$ soit $\pm 2{,}5.10^{-4}$ sur $\alpha_{20°}^{300°}$.

Sur un polarimètre même relativement peu précis comme celui qui nous a servi, on peut aisément faire des relevés à $\pm 5\ \mathrm{m}\mu$, ce qui correspond à des variations de $d = \pm 0{,}0025.10^{-4}$ soit $\pm 0{,}8.10^{-4}$ sur $\alpha_{20°}^{300°}$.

Par contre les essais dilatométriques différentiels avec le pyros permettent de repérer d'une façon précise les températures caractéristiques des verres, et nous verrons dans la suite de notre étude quel rôle jouent ces températures dans l'aptitude à la soudabilité verre-métal et en particulier dans la détermination des températures de recuit.

262. Essais polarimétriques. — 2621. *Éprouvettes A.* — Pour un couple verre-métal donné connaissant trois caractéristiques de structure E_1, E_2, B :

— l'abaque (*fig.* 16) fournit les coefficients k de correspondance contrainte maximum différence de marche en fonction de $R = \frac{E_2}{E_1}$ et de a ;

— la mesure donne δ pour une éprouvette A (a).

On peut donc déterminer la valeur des contraintes maximum par les relations

$$(p_r)_{\max} = k_r \frac{\delta}{B},$$

$$(p_0)_{\max} = k'_0 \frac{\delta}{B},$$

$$(p_z)_{\max} = k_z \frac{\delta}{B}.$$

C'est ainsi que la mesure de δ à l'ambiante sur une éprouvette recuite permet de déterminer les efforts permanents correspondants du scellement verre-métal.

2622. *Éprouvettes* B. — Pour un couple verre-métal donné connaissant trois caractéristiques de structure E_1, E_2, B :

— l'abaque (*fig.* 27) fournit les coefficients K de correspondance contrainte maximum différence de marche en fonction de $R = \frac{E_2}{E_1}$ et de a;

— la mesure donne δ pour éprouvette B(a).

On peut déterminer la valeur des contraintes maxima par les relations

$$(p_r)_{\max} = K_r \frac{\delta}{B},$$

$$(p_0)_{\max} = K_0 \frac{\delta}{B},$$

$$(p_z)_{\max} = K_z \frac{\delta}{B};$$

a. la mesure de δ à l'ambiante sur une éprouvette recuite permet donc de connaître les contraintes maxima permanentes correspondantes du scellement verre-métal;

b. la connaissance de la courbe polarimétrique $[\delta = f(T)]$ permet de déterminer ces contraintes à toute température de fonctionnement du scellement;

c. si sur une courbe polarimétrique on relève à une température T la *pente de différence de marche* $\frac{d\delta}{dT}$, on peut déterminer la pente de contrainte à cette température

$$\frac{dp}{dT} = K \frac{1}{B} \frac{d\delta}{dT};$$

d. connaissant la pente de différence de marche à une température donnée pour une éprouvette B(a_1), on peut déterminer grâce à la relation

$$\frac{\delta}{BE_2 d} = K(a_1 - a_0).$$

La pente de différence de marche à la même température pour l'éprouvette B (a_2) recuite à la même température et refroidie à la même vitesse

$$\frac{\left(\frac{d\delta}{dT}\right)_{a_1}}{\left(\frac{d\delta}{dT}\right)_{a_2}} = \frac{a_1 - a_0}{a_2 - a_0}.$$

La figure 26 donne les valeurs de K et de a_0 en fonction de $R = \frac{E_2}{E_1}$.

Tableau V. — *Éprouvettes* B.

Valeurs des coefficients de correspondance contrainte maximum-différence de marche : K_r, K_0, K_z.

a.	R.	$-\left(\frac{p_r}{E_2 d}\right)_{\max}$.	$\left(\frac{p_0}{E_2 d}\right)_{\max}$.	$\left(\frac{p_z}{E_2 d}\right)_{\max}$.	$\frac{\delta}{BE_2 d}$.	$-K_r$.	K_0.	K_z.
0.5	1.03	0.70	0.73	0.030	1.2	0.585	0.61	0.0250
	0.90	0.72	0.76	0.032	1.2	0,600	0.63	0.0266
	0.23	0.88	0.94	0.110	1.7	0.516	0.55	0.0645
1	1.03	0.65	0.78	0.105	2.7	0.241	0.288	0.0390
	0.90	0.67	0.80	0.125	2.7	0.248	0.296	0.0465
	0.23	0.83	0.98	0.320	4.5	0.184	0.217	0.0710
1.5	1.03	0.58	0.85	0.24	4.3	0.135	0.197	0.056
	0.90	0.60	0.88	0.27	4.3	0.139	0.204	0.063
	0.23	0.78	1.03	0.58	7.2	0.100	0.143	0.0805
2	1.03	0.47	0.95	0.49	5.8	0.0810	0.163	0.080
	0.90	0.49	0.97	0.53	5.8	0.0845	0.167	0.091
	0.23	0.57	1.10	0.83	10	0.057	0.110	0.083
	×	+	+	+	×			

+ Valeurs théoriques; × Valeurs expérimentales.

Au lieu de pente en un point, on peut parler de pente moyenne entre deux températures. On aboutit aux mêmes résultats à condition que les deux températures choisies soient dans le domaine d'élasticité.

2623. *Remarques.* — *a.* La seule relation que cette étude ne nous permet pas d'établir est celle existant entre les contraintes à l'ambiante dans une éprouvette A ou B caractérisée par a_1 et celles existant dans une éprouvette A ou B caractérisée par a_2. L'établissement de cette relation conditionnée par le phénomène de relaxation se produisant dans le domaine de recuit sera donné dans la deuxième partie de cet article.

b. Rappelons que toutes nos mesures de δ sont faites dans le plan de symétrie perpendiculaire à l'axe des éprouvettes de façon à éliminer les effets d'extrémités. De nombreux auteurs [11] ont étudié ces effets d'extrémités, nous n'avions pas à nous en occuper dans le cadre de cette première étude qui ne visait qu'à décrire les procédés d'étude, et indiquer ce qu'ils permettent d'atteindre.

(*A suivre.*)

BIBLIOGRAPHIE.

1. Monack, *Theory and practice of glass metal seals* (*The glass Industry*, 1946-1947).
2. F. Violet et A. Danzin, *Le verre dans l'industrie radioélectrique* (*Annales de Radioélectricité*, janvier 1947).
3. Gilard, *Traité de physico-chimie des silicates* (t. II, *Le Verre*).
4. Winter Klein, *Les bases physiques du recuit du verre* (*Bulletin de l'Institut du Verre*, mars 1946).
5. Jean Gillod, *Contribution à l'étude expérimentale des transformations structurales du verre, nouvelle interprétation des courbes de dilatation et application à un recuit rationnel* (*Verres et Réfractaires*, juin 1949).
6. Bernard Long, *Les propriétés physiques et la fusion du verre.*
7. Hull Burger, *Glass to metal seals* (*Physics*, t. 5, 1934, p. 384).
8. Leboiteux et Boussard, *Traité de Photoélasticimétrie.*
9. Poritszky, *Physics*, t. 5, 1934, p. 406.
10. Articles non publiés.
11. Redston et Stanwort, *Contraintes dans les soudures verre-métal des perles d'enrobage à la température ordinaire* (*Bulletin de l'Institut du Verre*, mai et novembre 1946).
12. Cabarat, *Nouvelle méthode de mesure des constantes d'élasticité applicable aux verres* (*Bulletin de l'Institut du Verre*, juin 1947).
13. Balmforth et Hollard, *The stress optical coefficient of glasses* (*Journal of Society of Glass technology*, avril 1945).
14. Winter Klein, *C. R. Acad. Sc.*, t. 227, 1948, p. 268.

INFORMATIONS GÉNÉRALES

LE CONGRÈS ET L'EXPOSITION D'ÉLECTRONIQUE ET DE RADIOÉLECTRICITÉ DE JANVIER 1950.

La Société des Radioélectriciens a organisé, dans le courant du mois de janvier 1950, un Congrès d'Électronique qui a remporté un vif succès en groupant près de 150 conférenciers. La formule choisie pour cette manifestation a permis à un auditoire très vaste de suivre les exposés qui, sous la présidence de personnalités du monde radioélectricien, ont révélé à la fois l'ampleur de la recherche en France et l'intérêt qu'elle suscite.

Fig. 1. — Vue de la station radar installée par la Compagnie générale de T. S. F. sur le terre-plein devant les halls de l'Exposition. Cet équipement radar, du type *veille-combinée*, permit au public d'observer sur les écrans de la cabine et des répéteurs installés dans les stands intérieurs, la présentation panoramique de la Région Parisienne.

Les Compagnies françaises associées de T. S. F. avaient délégué de nombreux conférenciers qui traitèrent tour à tour de problèmes d'étude, de fabrication et d'exploitation.

En même temps que se tenait le Congrès, une exposition de matériel était ouverte au public dans les halls du Parc des Expositions. D'une superficie de 2000 m², cette exposition groupait une cinquantaine d'exposants, administrations, services et offices nationaux et industries privées. L'une des



Fig. 2. — Vue partielle du stand de la Société française Radioélectrique. Des ensembles d'électronique industrielle étaient également présentés par la S. F. R.



Fig. 3. — Vue partielle du stand de la Compagnie des Compteurs, Service Télévision, montrant des indicateurs de radar et, au fond, un ensemble de reportage de télévision avec relais hertzien.

caractéristiques de cette manifestation, qui reçut près de 14 000 visiteurs, résidait dans le nombre élevé d'appareils en fonctionnement, traduction du bel effort accompli par les exposants.

Les Compagnies associées avaient réuni pour leur part des matériels dont plusieurs ont été décrits dans cette revue. Les quelques vues reproduites ici montrent l'importance de cette Exposition et l'ampleur de la participation des Compagnies associées.

DISTINCTION HONORIFIQUE.

Le Dr WARNECKE, Directeur technique du département Électronique du Centre de Recherches de la Compagnie générale de Télégraphie sans fil, a été élevé au grade de *Fellow member* par *The Institute of Radio Engineers*, à la date du 1er janvier 1950, avec la mention suivante :

« for his engineering and research contributions to vacuum tube theory and design in France »

« Fellow is a grade of unusual professional distinction and shall be confered only by invitation of the Board of Directors » (I. R. E. Constitution, Article II, Section 2 *a*).

Imp. GAUTHIER-VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
135250
Dépôt légal, Imprimeur, 1950, n° 575.

SOMMAIRE

Imp. GAUTHIER - VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
135 250

Le Gérant : O. BRIX.

